

Tentamen i Envariabelanalys 2

2021-03-21 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Varje uppgift bedöms som godkänd eller underkänd. Godkända uppgifter ger sedan 2 eller 3 poäng medan underkända ger 0 eller 1 poäng. För betyg 3/4/5 räcker 3/4/5 godkända uppgifter och 8/12/16 poäng.

Svar finns tidigast på måndag 22/3 på kursens hemsida.

1. (a) Ställ upp en integral som ger längden på kurvan $y = e^{2x}$, $0 \leq x \leq 2$. Du ska inte räkna ut integralen. (1p)
- (b) Beräkna rotationsvolymen som uppstår då området $-1 \leq y \leq e^{2x}$, $0 \leq x \leq 2$, roterar ett varv kring $x = 4$. För full poäng krävs en figur som motiverar ingående storheter. (2p)
2. (a) Ange Taylorutvecklingen av ordning 2 för e^{3x} kring $x = 2$ med restterm på LAGRANGES form (ordning 3). (2p)
- (b) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \sin x + \ln(1 + x^2) - e^x}{x - \arctan x}$. (1p)
3. Lös $(1 + x^2)yy' = (1 + y^2)x$, $y(0) = -1$, och ange lösningens definitionsmängd.
4. (a) Lös ekvationen $y''' - y'' + 4y' - 4y = 24x - 4$, $y(0) = 1$, $y'(0) = y''(0) = 0$. För full poäng ange svaret på reell form. (2p)
- (b) Har lösningen y i (a) ett lokalt extremvärde i origo? Ange i så fall vilken typ av extremvärde det rör sig om. (1p)
5. (a) Är $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(1/k^2)}{1 - \cos(1/k)}$ konvergent? (1p)
- (b) För vilka $x \in \mathbb{R}$ konvergerar potensserien $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{8^n + 1}{n + 1} x^{3n}$? (2p)
6. Är $\int_0^1 \sqrt{\frac{1}{x} - 1} \ln\left(\frac{1}{x} - 1\right) dx$ konvergent eller divergent?
7. För vilka $\alpha \in \mathbb{R}$ är $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n^\alpha}$ konvergent?