

Tentamen i Envariabelanalys 2

2021-08-26 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Varje uppgift bedöms som godkänd eller underkänd. Godkända uppgifter ger sedan 2 eller 3 poäng medan underkända ger 0 eller 1 poäng. För betyg 3/4/5 räcker 3/4/5 godkända uppgifter och 8/12/16 poäng.

Svar finns tidigast 2021-08-27 på kursens hemsida.

- Lös $xy' - y = x^3 \cos x$, $x > 0$, $y'(\pi/2) = 0$.
- (a) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x - x^2 \cos x}{\ln(1 + x^4)}$ (b) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x^2} - e^{4x-4}}{(x-2)^2}$
(c) Avgör om $f(x) = (\arctan x)^2 - 2\sqrt{1+x^2}$ har en lokal extrempunkt i $x = 0$, och ange i så fall vilken typ.
- (a) Avgör konvergens: $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+5}{k^4+7k^2}$. (b) Avgör konvergens: $\int_0^1 \frac{2x+5}{x^4+7x^2} dx$.
(c) Visa att $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^5} \leq 2$.
- (a) Ange en formel för volymen till den kropp som uppstår då området $1 \leq x \leq 4$, $-x^2 \leq y \leq 0$ roteras ett varv runt $y = 1$.
(För poäng krävs en principskiss som motiverar formeln. Volymen ska inte beräknas.) (1p)
(b) Beräkna längden av kurvan $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4} + 3$, $1 \leq x \leq 2$.
(Korrekt integralformel är värd 1 poäng.) (2p)
- Bestäm konstanterna a, b och funktionen $h(x)$ sådana att den allmänna lösningen till

$$y'' + ay' + by = h(x)$$

ges av

$$y = (Ax + B)e^{2x} + x^4.$$

VÄND!

6. Bestäm rationella tal (alltså kvoter mellan heltal) a_0, a_1, a_2, \dots sådana att

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx = \sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

och bestäm sedan en rationell approximation till integralen med ett fel vars absolutbelopp är högst $1/1000$. Approximationen får skrivas som en oförenklad summa av rationella tal.

7. Lös

$$3y^2y'' + 6y(y')^2 = 60x^4 + 72x^7, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 0.$$

(Det största öppna intervallet där $y(x)$ är en lösning ska också anges för full poäng.)