

# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området

# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,

# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x, 0 \leq x \leq \pi$ ,

# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas),

# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår

# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ ,

# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .



# Exempel 4

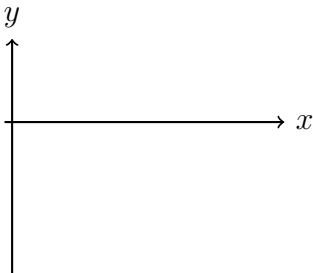
- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

**Lösning:** Rita figur!

# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

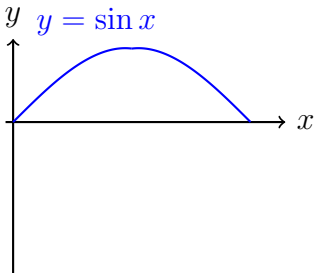
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

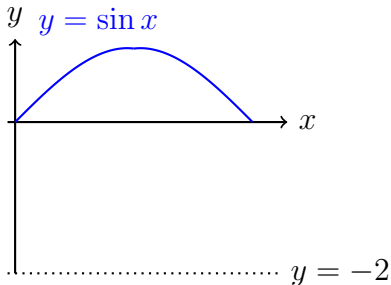
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

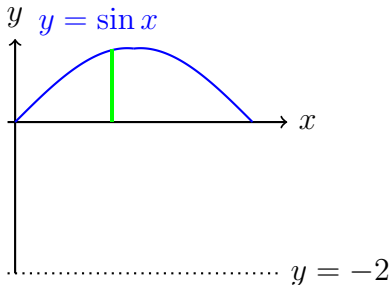
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

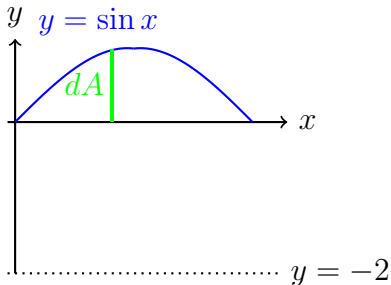
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

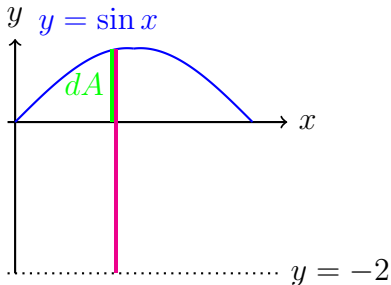
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

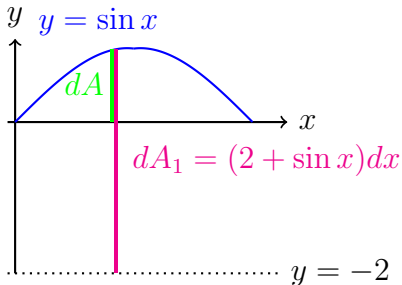
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

**Lösning:** Rita figur!

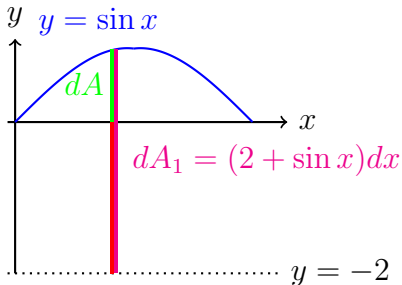




# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

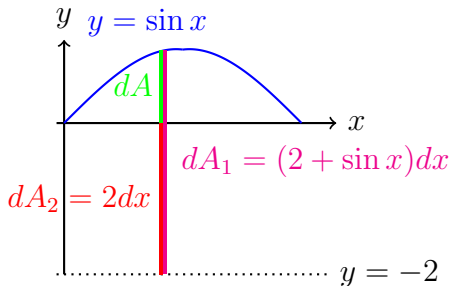
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

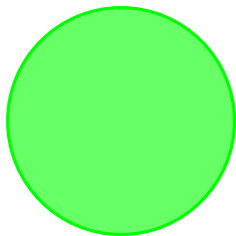
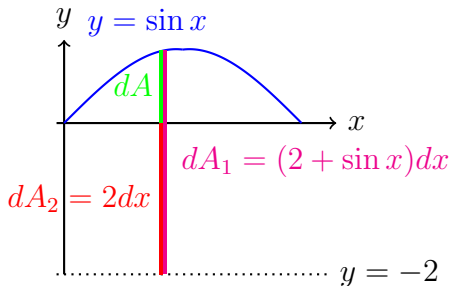
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

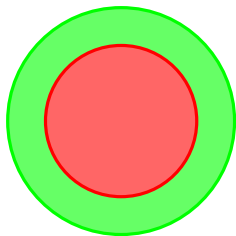
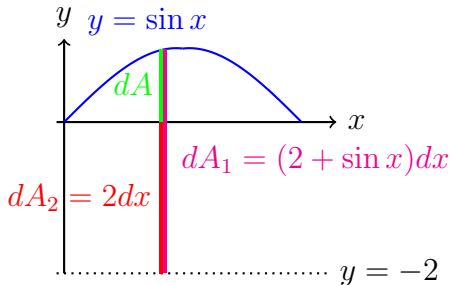
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

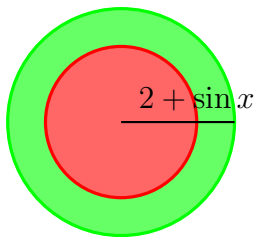
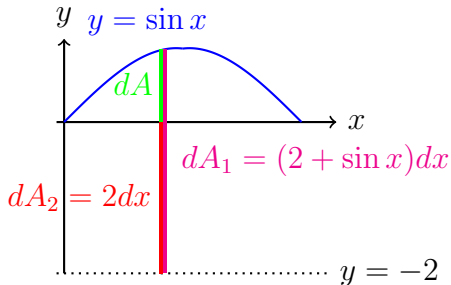
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

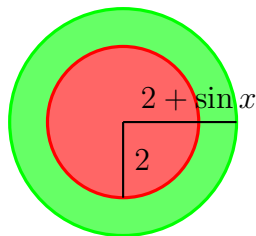
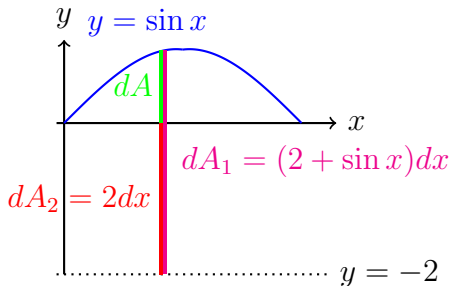
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

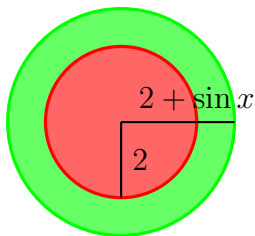
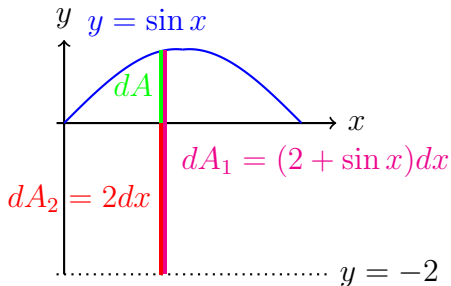
**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

- 1 Beräkna volymen av den kropp som uppstår när området  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .
- 2 Ange, som en integral (som inte ska beräknas), arean av den yta som uppstår när kurvan  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , roteras ett varv kring linjen  $y = -2$ .

**Lösning:** Rita figur!



# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar



# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ ,

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ ,

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV =$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 -$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$dV_1$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$dV_1$  = den volym som uppstår då  $dA_1$  roterar kring  $y = -2$



# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$dV_2$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$dV_2 = \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &=$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$V = \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$V = \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx =$$



# Exempel 4

Volymer  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx = \\ &= \pi \int_0^\pi (4 \sin x \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx = \\ &= \pi \int_0^\pi (4 \sin x + \sin^2 x) dx = \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx = \\ &= \pi \int_0^\pi \left( 4 \sin x + \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx = \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx = \\ &= \pi \int_0^\pi \left( 4 \sin x + \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx = \pi \left[ -4 \cos x \right. \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx = \\ &= \pi \int_0^\pi \left( 4 \sin x + \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx = \pi \left[ -4 \cos x + \frac{x}{2} \right] \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx = \\ &= \pi \int_0^\pi \left( 4 \sin x + \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx = \pi \left[ -4 \cos x + \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^\pi = \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymer  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx = \\ &= \pi \int_0^\pi \left( 4 \sin x + \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx = \pi \left[ -4 \cos x + \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^\pi = \\ &= \pi \left( -4 \cos \pi \right. \end{aligned}$$

# Exempel 4

Volymen  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx = \\ &= \pi \int_0^\pi \left( 4 \sin x + \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx = \pi \left[ -4 \cos x + \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^\pi = \\ &= \pi \left( -4 \cos \pi + \frac{\pi}{2} - (-4 \cos 0) \right) \end{aligned}$$



# Exempel 4

Volymer  $dV$  som fås då areaelementet  $dA$  roterar blir en ring med yttre radie  $2 + \sin x$ , inre radie  $2$  och tjocklek  $dx$ , d v s

$$dV = dV_1 - dV_2 \quad \text{där}$$

$$\begin{aligned} dV_1 &= \text{den volym som uppstår då } dA_1 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi(2 + \sin x)^2 dx = \pi(4 + 4 \sin x + \sin^2 x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_2 &= \text{den volym som uppstår då } dA_2 \text{ roterar kring } y = -2 &= \\ &= \pi 2^2 dx = 4\pi dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \pi \int_0^\pi (4 + 4 \sin x + \sin^2 x - 4) dx = \\ &= \pi \int_0^\pi \left( 4 \sin x + \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx = \pi \left[ -4 \cos x + \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^\pi = \\ &= \pi \left( -4 \cos \pi + \frac{\pi}{2} - (-4 \cos 0) \right) = 8\pi + \frac{\pi^2}{2} \end{aligned}$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$$dA = 2\pi l ds$$

# Exempel 4

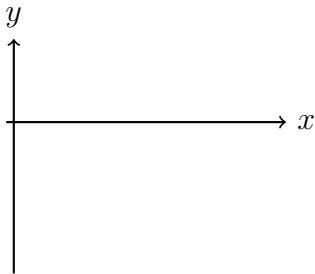
Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$$dA = 2\pi l ds \quad \text{där } l = \text{avståndet från rotationsaxeln till } ds.$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .



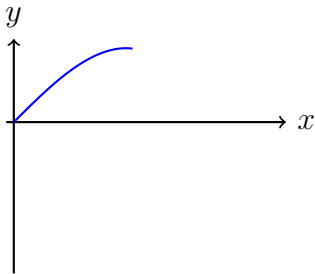
$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \implies$$

$$\implies A = \int dA = 2\pi \int_0^\pi \underset{=l}{(2 + \sin x)} \underset{=ds}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .



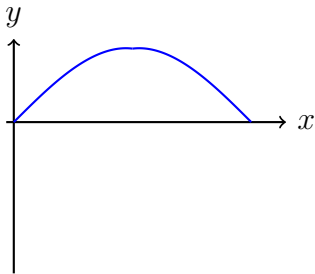
$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \implies$$

$$\implies A = \int dA = 2\pi \int_0^\pi \underset{=l}{(2 + \sin x)} \underset{=ds}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l =$  avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .



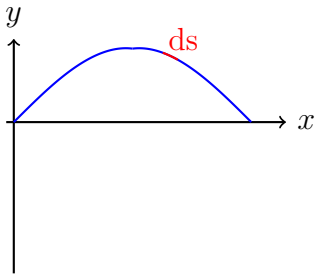
$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \implies$$

$$\implies A = \int dA = 2\pi \int_0^\pi \underset{=l}{(2 + \sin x)} \underset{=ds}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .



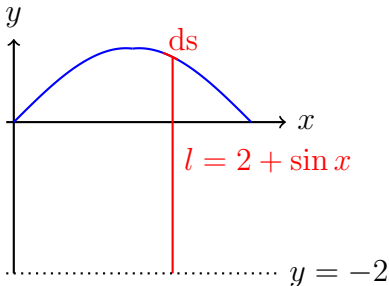
$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \implies$$

$$\implies A = \int dA = 2\pi \int_0^\pi \underset{=l}{(2 + \sin x)} \underset{=ds}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .



$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \implies$$

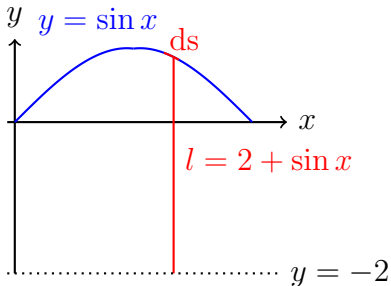
$$\implies A = \int dA = 2\pi \int_0^\pi \underset{=l}{(2 + \sin x)} \underset{=ds}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$$



# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .



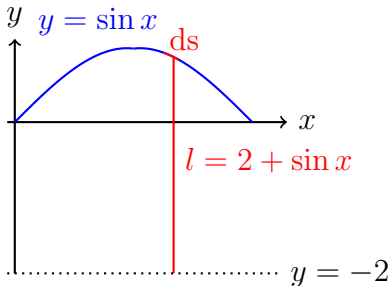
$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \implies$$

$$\implies A = \int dA = 2\pi \int_0^\pi \underset{=l}{(2 + \sin x)} \underset{=ds}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

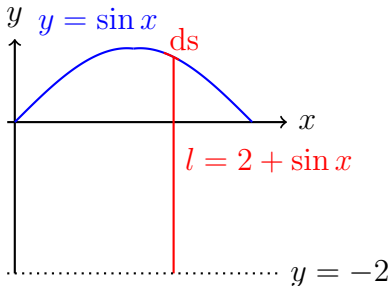
$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .



# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .

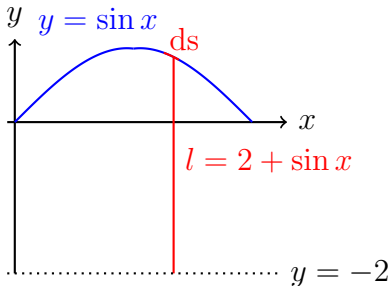


$$D(\sin x) = \cos x$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .

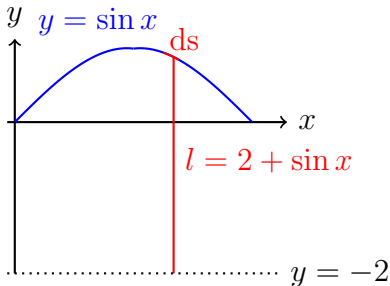


$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .



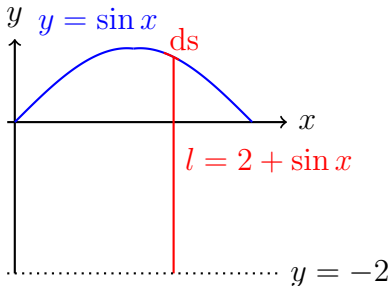
$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \implies$$

$$\implies A = \int dA$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .

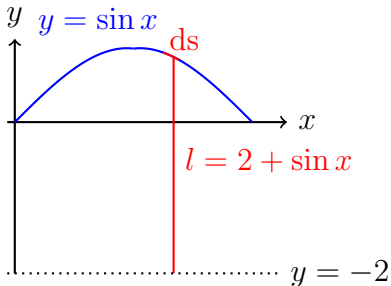


$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \implies$$
$$\implies A = \int dA = 2\pi \int_0^\pi \underset{=l}{(2 + \sin x)}$$

# Exempel 4

Rita figur! När det gäller rotationsarean har vi *alltid* arealelementet

$dA = 2\pi l ds$  där  $l$  = avståndet från rotationsaxeln till  $ds$ .



$$D(\sin x) = \cos x \implies ds = \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \implies$$

$$\implies A = \int dA = 2\pi \int_0^\pi \underset{=l}{(2 + \sin x)} \underset{=ds}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$$