Exempel 2

Exempel 2

Bestäm $g(x)$ så att $y = x^3$ blir en lösning till ekvationen

$$y' + g(x)y = x^2, \quad x > 0.$$

Exempel 2

Bestäm $g(x)$ så att $y = x^3$ blir en lösning till ekvationen

$$y' + g(x)y = x^2, \quad x > 0.$$

Bestäm därefter den lösning till ekvationen för vilken gäller att $y(1) = 0$.

Exempel 2

Bestäm $g(x)$ så att $y = x^3$ blir en lösning till ekvationen

$$y' + g(x)y = x^2, \quad x > 0.$$

Bestäm därefter den lösning till ekvationen för vilken gäller att $y(1) = 0$.
Lösning: Insättning av $y = x^3$

Exempel 2

Bestäm $g(x)$ så att $y = x^3$ blir en lösning till ekvationen

$$y' + g(x)y = x^2, \quad x > 0.$$

Bestäm därefter den lösning till ekvationen för vilken gäller att $y(1) = 0$.
Lösning: Insättning av $y = x^3$ i ekvationen ger

$$3x^2 + g(x)x^3$$

Exempel 2

Bestäm $g(x)$ så att $y = x^3$ blir en lösning till ekvationen

$$y' + g(x)y = x^2, \quad x > 0.$$

Bestäm därefter den lösning till ekvationen för vilken gäller att $y(1) = 0$.
Lösning: Insättning av $y = x^3$ i ekvationen ger

$$3x^2 + g(x)x^3 = x^2$$

Exempel 2

Bestäm $g(x)$ så att $y = x^3$ blir en lösning till ekvationen

$$y' + g(x)y = x^2, \quad x > 0.$$

Bestäm därefter den lösning till ekvationen för vilken gäller att $y(1) = 0$.
Lösning: Insättning av $y = x^3$ i ekvationen ger

$$3x^2 + g(x)x^3 = x^2 \iff g(x) =$$

Exempel 2

Bestäm $g(x)$ så att $y = x^3$ blir en lösning till ekvationen

$$y' + g(x)y = x^2, \quad x > 0.$$

Bestäm därefter den lösning till ekvationen för vilken gäller att $y(1) = 0$.

Lösning: Insättning av $y = x^3$ i ekvationen ger

$$3x^2 + g(x)x^3 = x^2 \iff g(x) = \frac{x^2 - 3x^2}{x^3}$$

Exempel 2

Bestäm $g(x)$ så att $y = x^3$ blir en lösning till ekvationen

$$y' + g(x)y = x^2, \quad x > 0.$$

Bestäm därefter den lösning till ekvationen för vilken gäller att $y(1) = 0$.

Lösning: Insättning av $y = x^3$ i ekvationen ger

$$3x^2 + g(x)x^3 = x^2 \iff g(x) = \frac{x^2 - 3x^2}{x^3} = -\frac{2}{x}.$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2}$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)}$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2}$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right)$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right) = \frac{1}{x^2}\cdot x^2$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$- \int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right) = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 = 1 \iff \frac{1}{x^2}y$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln \frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right) = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 = 1 \iff \frac{1}{x^2}y = x + C$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right) = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 = 1 \iff \frac{1}{x^2}y = x + C \iff$$

$$y = x^2(x + C)$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right) = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 = 1 \iff \frac{1}{x^2}y = x + C \iff$$

$$y = x^2(x + C) = x^3 + Cx^2, \quad y(1)$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right) = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 = 1 \iff \frac{1}{x^2}y = x + C \iff$$

$$y = x^2(x + C) = x^3 + Cx^2, \quad y(1) = 1 + C = 0$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right) = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 = 1 \iff \frac{1}{x^2}y = x + C \iff$$

$$y = x^2(x + C) = x^3 + Cx^2, \quad y(1) = 1 + C = 0 \iff$$

$$C = -1$$

Exempel 2

Ekvationen blir således

$$y' - \frac{2}{x}y = x^2, \quad x > 0$$

och vi får

$$-\int \frac{2}{x}dx = -2\ln x = \ln\frac{1}{x^2} \Longrightarrow I.F. = e^{\ln(1/x^2)} = \frac{1}{x^2} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}y\right) = \frac{1}{x^2}\cdot x^2 = 1 \iff \frac{1}{x^2}y = x + C \iff$$

$$y = x^2(x + C) = x^3 + Cx^2, \quad y(1) = 1 + C = 0 \iff$$

$$C = -1 \Longrightarrow y = x^3 - x^2, \quad x > 0.$$

Exempel 2

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet,

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd,

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$.

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp;

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp; en lösing måste vara definierad på ett intervall

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp; en lösing måste vara definierad på ett intervall där den uppfyller ekvationen

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp; en lösing måste vara definierad på ett intervall där den uppfyller ekvationen och är kontinuerligt deriverbar

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp; en lösing måste vara definierad på ett intervall där den uppfyller ekvationen och är kontinuerligt deriverbar så många gånger som ekvationen kräver.

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp; en lösing måste vara definierad på ett intervall där den uppfyller ekvationen och är kontinuerligt deriverbar så många gånger som ekvationen kräver. Då ekvationen inte kan vara uppfylld på ett intervall som innehåller $x = 0$

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp; en lösing måste vara definierad på ett intervall där den uppfyller ekvationen och är kontinuerligt deriverbar så många gånger som ekvationen kräver. Då ekvationen inte kan vara uppfylld på ett intervall som innehåller $x = 0$ så måste vi välja sida.

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp; en lösing måste vara definierad på ett intervall där den uppfyller ekvationen och är kontinuerligt deriverbar så många gånger som ekvationen kräver. Då ekvationen inte kan vara uppfylld på ett intervall som innehåller $x = 0$ så måste vi välja sida. Vilken sida det blir bestäms av bivillkoret.

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp; en lösing måste vara definierad på ett intervall där den uppfyller ekvationen och är kontinuerligt deriverbar så många gånger som ekvationen kräver. Då ekvationen inte kan vara uppfylld på ett intervall som innehåller $x = 0$ så måste vi välja sida. Vilken sida det blir bestäms av bivillkoret. Lösningen skall ju vara definierad i $x = 1$

Exempel 2

Observera att även om vi inte hade haft det från början givet, så hade vi varit tvungna att välja $x > 0$ som definitionsmängd, trots att $x^3 - x^2$ är definierat för alla $x \in \mathbb{R}$. Detta är en konsekvens av vårt lösningsbegrepp; en lösing måste vara definierad på ett intervall där den uppfyller ekvationen och är kontinuerligt deriverbar så många gånger som ekvationen kräver. Då ekvationen inte kan vara uppfylld på ett intervall som innehåller $x = 0$ så måste vi välja sida. Vilken sida det blir bestäms av bivillkoret. Lösningen skall ju vara definierad i $x = 1$ och följaktligen blir definitionsmängden för lösningen $x > 0$.