

Dagens ämnen

- Differentialekvationer

Dagens ämnen

- Differentialekvationer
 - Vad är en differentialekvation?

- Differentialekvationer
 - Vad är en differentialekvation?
 - Vad menas med en lösning?

- Differentialekvationer
 - Vad är en differentialekvation?
 - Vad menas med en lösning?
 - Ekvationer av ordning 1

- Differentialekvationer
 - Vad är en differentialekvation?
 - Vad menas med en lösning?
 - Ekvationer av ordning 1
 - Linjära ekvationer

- Differentialekvationer
 - Vad är en differentialekvation?
 - Vad menas med en lösning?
 - Ekvationer av ordning 1
 - Linjära ekvationer
 - Separabla ekvationer

- Differentialekvationer
 - Vad är en differentialekvation?
 - Vad menas med en lösning?
 - Ekvationer av ordning 1
 - Linjära ekvationer
 - Separabla ekvationer
- Integralekvationer

Differentialekvationer

Differentialekvationer

En ekvation $F(x, y, y') = 0$

Differentialekvationer

En ekvation $F(x, y, y') = 0$ där F är ett uttryck som beror av x, y och y'

Differentialekvationer

En ekvation $F(x, y, y') = 0$ där F är ett uttryck som beror av x, y och y' kallas en Ordinär DifferentialEkvation (ODE) av 1:a ordningen

Differentialekvationer

En ekvation $F(x, y, y') = 0$ där F är ett uttryck som beror av x, y och y' kallas en Ordinär DifferentialEkvation (ODE) av 1:a ordningen (ty det förekommer endast 1:a derivata).

Differentialekvationer

En ekvation $F(x, y, y') = 0$ där F är ett uttryck som beror av x, y och y' kallas en Ordinär DifferentialEkvation (ODE) av 1:a ordningen (ty det förekommer endast 1:a derivata).

En ekvation $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ där F är ett uttryck som beror av $x, y, y', \dots, y^{(n)}$ kallas en ODE av ordning n .

Lösning till en differentialekvation

En lösning till en differentialekvation är en funktion y som är definierad på ett **intervall** och som för alla x i detta intervall uppfyller det samband som differentialekvationen anger.

Picards sats

Betrakta ekvationen $\begin{cases} y' = F(x, y) \\ y(x_0) = C \end{cases} .$

Picards sats

Betrakta ekvationen $\begin{cases} y' = F(x, y) \\ y(x_0) = C \end{cases} .$

Om F är “snäll” har ekvationen entydig lösning, dvs genom varje punkt (x, y) där F är definierad går det exakt **en** lösningskurva.

Picards sats

Betrakta ekvationen $\begin{cases} y' = F(x, y) \\ y(x_0) = C \end{cases} .$

Om F är "snäll" har ekvationen entydig lösning, dvs genom varje punkt (x, y) där F är definierad går det exakt **en** lösningskurva.

Kan använda detta som "markör" på att något inte är som det skall.

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$ “Linjär” för att y och dess derivata inte förekommer i potenser, produkter eller andra sammansättningar.

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$ “Linjär” för att y och dess derivata inte förekommer i potenser, produkter eller andra sammansättningar.
- Bestäm *en* primitiv funktion F , till f .

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$ “Linjär” för att y och dess derivata inte förekommer i potenser, produkter eller andra sammansättningar.
- Bestäm *en* primitiv funktion F , till f .
- Multiplikation av ekvationen med den ”Integrerande faktorn” $= e^{F(x)}$ ger

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$ “Linjär” för att y och dess derivata inte förekommer i potenser, produkter eller andra sammansättningar.
- Bestäm **en** primitiv funktion F , till f .
- Multiplikation av ekvationen med den ”Integrerande faktorn” $= e^{F(x)}$ ger

$$e^{F(x)} \cdot y' + e^{F(x)} \cdot f(x)y$$

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$ “Linjär” för att y och dess derivata inte förekommer i potenser, produkter eller andra sammansättningar.
- Bestäm **en** primitiv funktion F , till f .
- Multiplikation av ekvationen med den ”Integrerande faktorn” $= e^{F(x)}$ ger

$$e^{F(x)} \cdot y' + e^{F(x)} \cdot f(x)y = \frac{d}{dx} \left(e^{F(x)} \cdot y \right)$$

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$ “Linjär” för att y och dess derivata inte förekommer i potenser, produkter eller andra sammansättningar.
- Bestäm **en** primitiv funktion F , till f .
- Multiplikation av ekvationen med den ”Integrerande faktorn” $= e^{F(x)}$ ger

$$e^{F(x)} \cdot y' + e^{F(x)} \cdot f(x)y = \frac{d}{dx} \left(e^{F(x)} \cdot y \right) = g(x) \cdot e^{F(x)},$$

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$ “Linjär” för att y och dess derivata inte förekommer i potenser, produkter eller andra sammansättningar.
- Bestäm **en** primitiv funktion F , till f .
- Multiplikation av ekvationen med den ”Integrerande faktorn” $= e^{F(x)}$ ger

$$e^{F(x)} \cdot y' + e^{F(x)} \cdot f(x)y = \frac{d}{dx} \left(e^{F(x)} \cdot y \right) = g(x) \cdot e^{F(x)},$$

d v s ekvationens vänsterled kan, efter multiplikation med $e^{F(x)}$

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$ “Linjär” för att y och dess derivata inte förekommer i potenser, produkter eller andra sammansättningar.
- Bestäm **en** primitiv funktion F , till f .
- Multiplikation av ekvationen med den ”Integrerande faktorn” $= e^{F(x)}$ ger

$$e^{F(x)} \cdot y' + e^{F(x)} \cdot f(x)y = \frac{d}{dx} \left(e^{F(x)} \cdot y \right) = g(x) \cdot e^{F(x)},$$

d v s ekvationens vänsterled kan, efter multiplikation med $e^{F(x)}$, skrivas som derivatan av en produkt.

Linjära ODE av 1:a ordningen

- $y' + f(x)y = g(x)$ “Linjär” för att y och dess derivata inte förekommer i potenser, produkter eller andra sammansättningar.
- Bestäm **en** primitiv funktion F , till f .
- Multiplikation av ekvationen med den ”Integrerande faktorn” $= e^{F(x)}$ ger

$$e^{F(x)} \cdot y' + e^{F(x)} \cdot f(x)y = \frac{d}{dx} \left(e^{F(x)} \cdot y \right) = g(x) \cdot e^{F(x)},$$

d v s ekvationens vänsterled kan, efter multiplikation med $e^{F(x)}$, skrivas som derivatan av en produkt.

- Integrera och lös ut y .

Separabla ODE av 1:a ordningen

- En ODE av 1:a ordningen som kan skrivas

$$g(y)y' = h(x)$$

kallas *separabel*.

Separabla ODE av 1:a ordningen

- En ODE av 1:a ordningen som kan skrivas

$$g(y)y' = h(x)$$

kallas *separabel*.

Variablerna är “separerade” på detta speciella sätt

Separabla ODE av 1:a ordningen

- En ODE av 1:a ordningen som kan skrivas

$$g(y)y' = h(x)$$

kallas *separabel*.

Variablerna är “separerade” på detta speciella sätt

- Bestäm *en* primitiv funktion, G , till g och *en* primitiv funktion, H , till h .

Separabla ODE av 1:a ordningen

- En ODE av 1:a ordningen som kan skrivas

$$g(y)y' = h(x)$$

kallas *separabel*.

Variablerna är “separerade” på detta speciella sätt

- Bestäm *en* primitiv funktion, G , till g och *en* primitiv funktion, H , till h .
- Då gäller för varje lösning y att

Separabla ODE av 1:a ordningen

- En ODE av 1:a ordningen som kan skrivas

$$g(y)y' = h(x)$$

kallas *separabel*.

Variablerna är “separerade” på detta speciella sätt

- Bestäm *en* primitiv funktion, G , till g och *en* primitiv funktion, H , till h .
- Då gäller för varje lösning y att

$$G(y) = H(x) + C$$

Separabla ODE av 1:a ordningen

- En ODE av 1:a ordningen som kan skrivas

$$g(y)y' = h(x)$$

kallas *separabel*.

Variablerna är “separerade” på detta speciella sätt

- Bestäm *en* primitiv funktion, G , till g och *en* primitiv funktion, H , till h .
- Då gäller för varje lösning y att $G(y) = H(x) + C =$ *alla* primitiva funktioner till h .

Separabla ODE av 1:a ordningen

- En ODE av 1:a ordningen som kan skrivas

$$g(y)y' = h(x)$$

kallas *separabel*.

Variablerna är “separerade” på detta speciella sätt

- Bestäm *en* primitiv funktion, G , till g och *en* primitiv funktion, H , till h .
- Då gäller för varje lösning y att $G(y) = H(x) + C =$ *alla* primitiva funktioner till h .
- Lös, om möjligt, ut y .

Integralekvationer

- Den typ av integralekvationer vi skall studera här är av formen

Integralekvationer

- Den typ av integralekvationer vi skall studera här är av formen

$$h(x)y + g(x) = \int_a^x f(y(t))dt$$

Integralekvationer

- Den typ av integralekvationer vi skall studera här är av formen

$$h(x)y + g(x) = \int_a^x f(y(t))dt$$

där y är den sökta funktionen.

Integralekvationer

- Den typ av integralekvationer vi skall studera här är av formen

$$h(x)y + g(x) = \int_a^x f(y(t))dt$$

där y är den sökta funktionen.

- Derivera ekvationen.

Integralekvationer

- Den typ av integralekvationer vi skall studera här är av formen

$$h(x)y + g(x) = \int_a^x f(y(t))dt$$

där y är den sökta funktionen.

- Derivera ekvationen.
- Ger en ODE av 1:a ordningen.

Integralekvationer

- Den typ av integralekvationer vi skall studera här är av formen

$$h(x)y + g(x) = \int_a^x f(y(t))dt$$

där y är den sökta funktionen.

- Derivera ekvationen.
- Ger en ODE av 1:a ordningen. Vilken sort det blir bestäms av f .

Integralekvationer

- Den typ av integralekvationer vi skall studera här är av formen

$$h(x)y + g(x) = \int_a^x f(y(t))dt$$

där y är den sökta funktionen.

- Derivera ekvationen.
- Ger en ODE av 1:a ordningen. Vilken sort det blir bestäms av f .
- Observera att ett begynnelsevärde är inbyggt i ekvationen.

Integralekvationer

- Den typ av integralekvationer vi skall studera här är av formen

$$h(x)y + g(x) = \int_a^x f(y(t))dt$$

där y är den sökta funktionen.

- Derivera ekvationen.
- Ger en ODE av 1:a ordningen. Vilken sort det blir bestäms av f .
- Observera att ett begynnelsevärde är inbyggt i ekvationen. Integralen är ju 0 för $x = a$.