

# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



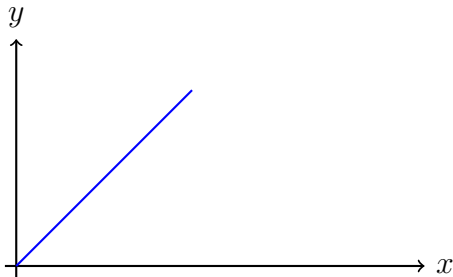
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



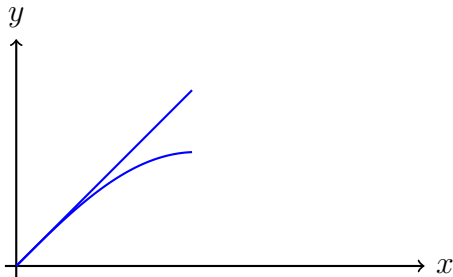
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



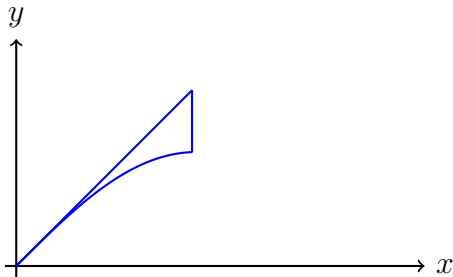
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



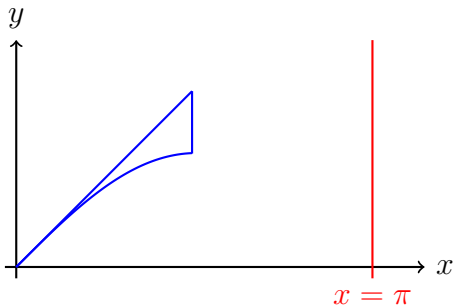
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



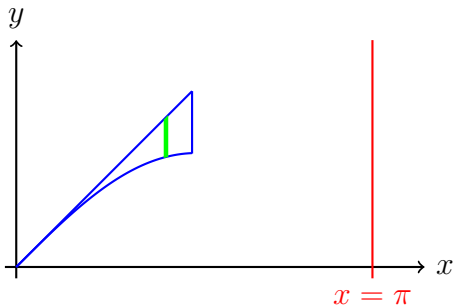
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



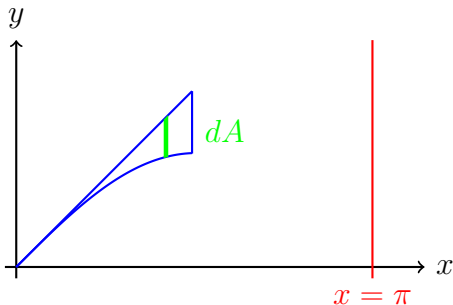
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



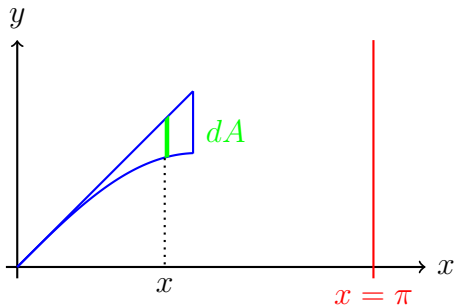
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$





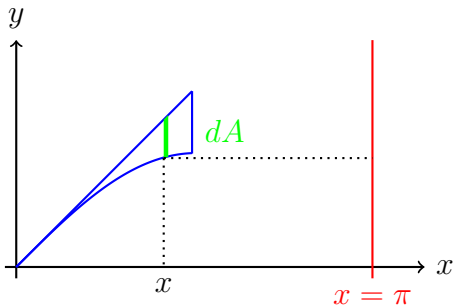
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



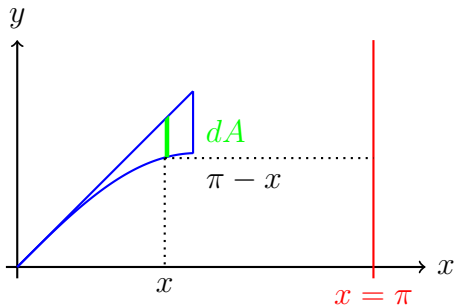
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



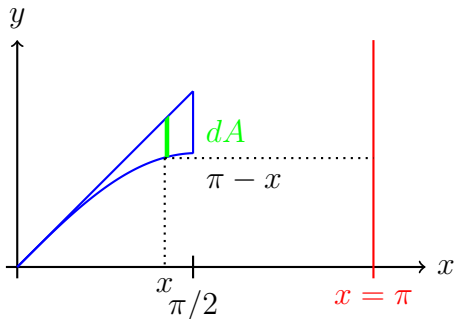
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



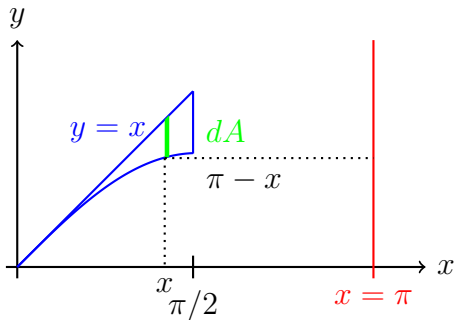
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



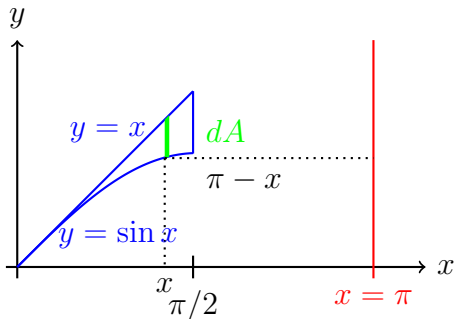
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



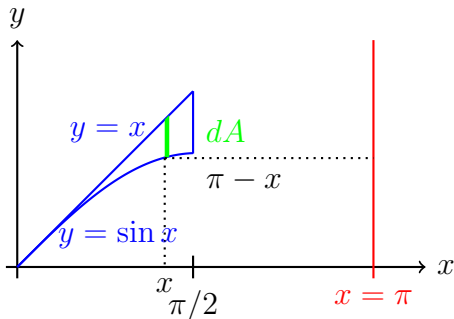
# Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen  $x = \pi$ .

**Lösning:** Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs  $dV = 2\pi l dA$



# Exempel 3

Avståndet  $l$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$



# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA =$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ .

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$V$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx =$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2$$



# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$V = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx =$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \right. \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x) \right. \right. \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} \right) \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} \right) \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} \right) \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l$  = avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln =  $\pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \\ &= 2\pi \left( \left( \frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} \right) \right) \end{aligned}$$



# Exempel 3

Avståndet  $l$  = avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln =  $\pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \\ &= 2\pi \left( \left( \frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi \right) \right) \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \\ &= 2\pi \left( \left( \frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[ \sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) = \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \\ &= 2\pi \left( \left( \frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[ \sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left( \frac{\pi^3}{12} - \pi \right) \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \\ &= 2\pi \left( \left( \frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[ \sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left( \frac{\pi^3}{12} - \pi + 1 \right) = \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \\ &= 2\pi \left( \left( \frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[ \sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left( \frac{\pi^3}{12} - \pi + 1 \right) = \\ &= \pi(\pi^3 \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l$  = avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln =  $\pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \\ &= 2\pi \left( \left( \frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[ \sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left( \frac{\pi^3}{12} - \pi + 1 \right) = \\ &= \pi(\pi^3 - 12\pi + 12) \end{aligned}$$

# Exempel 3

Avståndet  $l =$  avståndet från  $dA$  till rotationsaxeln  $= \pi - x$ ,  
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$ . Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left( \left[ \frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[ (\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \\ &= 2\pi \left( \left( \frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[ \sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left( \frac{\pi^3}{12} - \pi + 1 \right) = \\ &= \frac{\pi(\pi^3 - 12\pi + 12)}{6}. \end{aligned}$$