

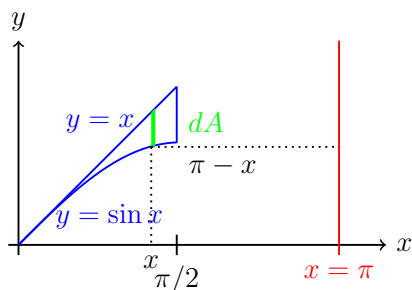
Exempel 3

Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området

$$\sin x \leq y \leq x, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

roteras ett varv runt linjen $x = \pi$.

Lösning: Rita figur! Vid rotation kring en lodrät axel ges volymselementet av *Rörformeln*, dvs $dV = 2\pi l dA$



1 / 2

Exempel 3

Avståndet $l =$ avståndet från dA till rotationsaxeln $= \pi - x$,
 $dA = (\text{övre} - \text{undre})dx = (x - \sin x)dx$. Vi får

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi - x)(x - \sin x)dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\pi x - x^2 - (\pi - x)\sin x)dx = \\ &= 2\pi \left(\left[\frac{\pi x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\pi/2} + \left[(\pi - x)\cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx \right) = \\ &= 2\pi \left(\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{\pi^3}{24} - \pi + \left[\sin x \right]_0^{\pi/2} \right) \right) = 2\pi \left(\frac{\pi^3}{12} - \pi + 1 \right) = \\ &= \frac{\pi(\pi^3 - 12\pi + 12)}{6}. \end{aligned}$$

2 / 2