Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) : \ 0 \leq x \leq 1, \ x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) :\ 0 \le x \le 1,\ x^n \le y \le 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) :\ 0 \leq x \leq 1,\ x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök
$\lim_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök $\lim_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1}$$

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x,y) :\ 0 \leq x \leq 1,\ x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök
$\lim\limits_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1} \subset \{(x,y) \in \mathbb{R}^n\colon 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1\}$$

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) :\ 0 \leq x \leq 1,\ x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök
$\lim\limits_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1} \subset \{(x, y) \in \mathbb{R}^n \colon 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1\} = E,$$

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) : \ 0 \leq x \leq 1, \ x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök
$\lim\limits_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1} \subset \{(x, y) \in \mathbb{R}^n \colon 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 1\} = E,$$

den så kallade *enhetskvadraten*.

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) : \ 0 \leq x \leq 1, \ x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$. Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök $\lim\limits_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1} \subset \{(x, y) \in \mathbb{R}^n\colon 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 1\} = E,$$

den så kallade *enhetskvadraten*. Då $n \to \infty$ så kommer D_n att närma sig E

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) :\ 0 \leq x \leq 1,\ x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$. Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök $\lim\limits_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1} \subset \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^n\colon 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1\right\} = E,$$

den så kallade *enhetskvadraten*. Då $n \to \infty$ så kommer D_n att närma sig E , så rimligen bör vi få att tyngdpunkten för D_n kommer att närma sig $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1,\ x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök
$\lim_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1} \subset \{(x, y) \in \mathbb{R}^n \colon 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1\} = E,$$

den så kallade *enhetskvadraten*. Då $n \to \infty$ så kommer D_n att närma sig E , så rimligen bör vi få att tyngdpunkten för D_n kommer att närma sig $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ då $n \to \infty$.

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x,y) : \ 0 \le x \le 1, \ x^n \le y \le 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök
$\lim\limits_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1} \subset \{(x,y) \in \mathbb{R}^n \colon 0 \le x \le 1, \ 0 \le y \le 1\} = E,$$

den så kallade *enhetskvadraten*. Då $n \to \infty$ så kommer D_n att närma sig E , så rimligen bör vi få att tyngdpunkten för D_n kommer att närma sig $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ då $n \to \infty$.

I hanteringen av masselementet bortser vi från densiteten

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) : \ 0 \le x \le 1, \ x^n \le y \le 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök
$\lim_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1} \subset \{(x, y) \in \mathbb{R}^n \colon 0 \le x \le 1, \ 0 \le y \le 1\} = E,$$

den så kallade *enhetskvadraten*. Då $n \to \infty$ så kommer D_n att närma sig E , så rimligen bör vi få att tyngdpunkten för D_n kommer att närma sig $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ då $n \to \infty$.

I hanteringen av masselementet bortser vi från densiteten då den ändå kommer att divideras bort i beräkningen av tyngdpunkten

Exempel 5

Låt $D_n = \{(x, y) : \ 0 \leq x \leq 1, \ x^n \leq y \leq 1\}$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.
Bestäm tyngdpunkten $((x_t)_n, (y_t)_n)$ för D_n och undersök
$\lim_{n\to\infty} ((x_t)_n, (y_t)_n)$.

Lösning: De olika områdena D_n uppfyller att

$$D_n \subset D_{n+1} \subset \{(x, y) \in \mathbb{R}^n\colon 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 1\} = E,$$

den så kallade *enhetskvadraten*. Då $n \to \infty$ så kommer D_n att närma sig E , så rimligen bör vi få att tyngdpunkten för D_n kommer att närma sig $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ då $n \to \infty$.

I hanteringen av masselementet bortser vi från densiteten då den ändå kommer att divideras bort i beräkningen av tyngdpunkten , d v s $\quad dm_n = dA_n$.

Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan.

Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$

Exempel 5

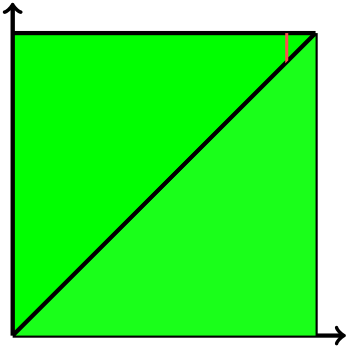
Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten.

Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten. Låt (x_n, y_n) vara tyngdpunkten för *remsan*.

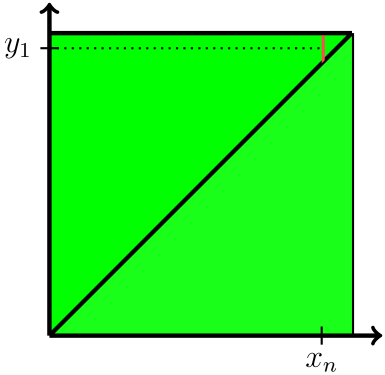
Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten. Låt (x_n, y_n) vara tyngdpunkten för *remsan*. Den rödfärgade remsan symboliserar masselementet dm_n för området D_n.



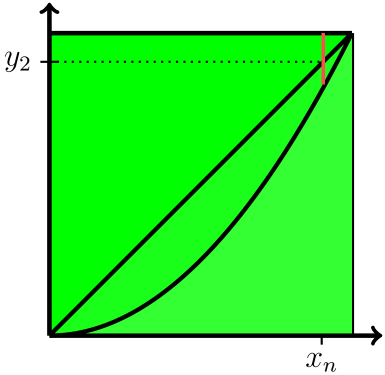
Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten. Låt (x_n, y_n) vara tyngdpunkten för *remsan*. Den rödfärgade remsan symboliserar masselementet dm_n för området D_n.



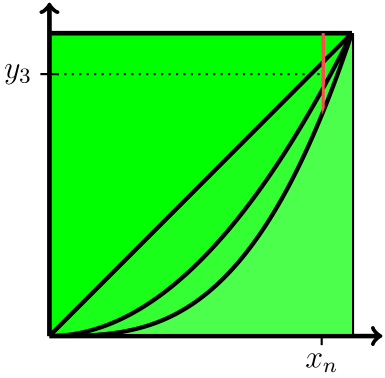
Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten. Låt (x_n, y_n) vara tyngdpunkten för *remsan*. Den rödfärgade remsan symboliserar masselementet dm_n för området D_n.



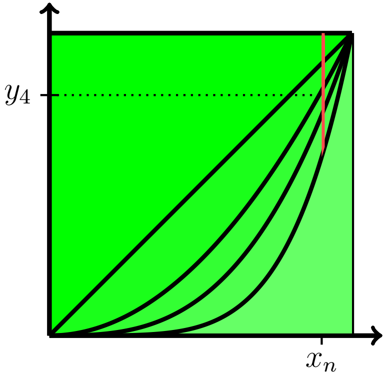
Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten. Låt (x_n, y_n) vara tyngdpunkten för *remsan*. Den rödfärgade remsan symboliserar masselementet dm_n för området D_n.



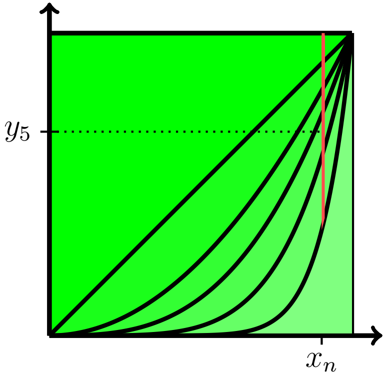
Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten. Låt (x_n, y_n) vara tyngdpunkten för *remsan*. Den rödfärgade remsan symboliserar masselementet dm_n för området D_n.



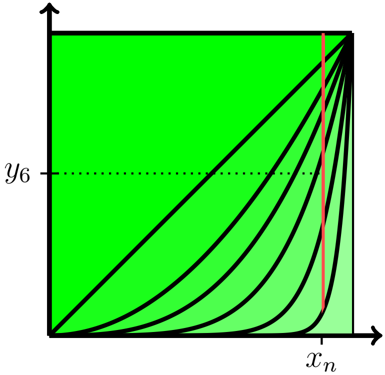
Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten. Låt (x_n, y_n) vara tyngdpunkten för *remsan*. Den rödfärgade remsan symboliserar masselementet dm_n för området D_n.



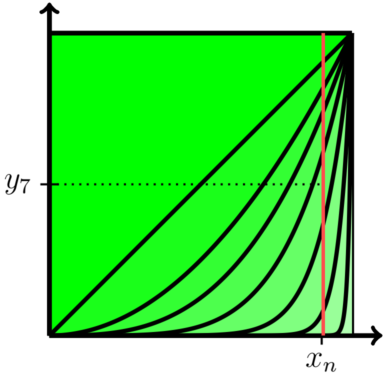
Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten. Låt (x_n, y_n) vara tyngdpunkten för *remsan*. Den rödfärgade remsan symboliserar masselementet dm_n för området D_n.



Exempel 5

Sekvensen D_n av områden ser ut enligt nedan. För $n = 1$ är området triangeln ovanför linjen $y = x$ och för "$n = \infty$" är området hela enhetskvadraten. Låt (x_n, y_n) vara tyngdpunkten för *remsan*. Den rödfärgade remsan symboliserar masselementet dm_n för området D_n.



Exempel 5

Vi får

$A(D_n)=$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})\,dx =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n,$$

$$(x_t)_n =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n,$$

$$(x_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x\,dm_n =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n,$$

$$(x_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x\, dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x(1 - x^n)\, dx =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n,$$

$$(x_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x\, dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x(1 - x^n)\, dx = \frac{1}{m_n}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n,$$

$$(x_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x(1 - x^n)\,dx = \frac{1}{m_n}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 =$$

$$=$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n,$$

$$(x_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x(1 - x^n)\,dx = \frac{1}{m_n}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 =$$

$$= \frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n,$$

$$(x_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x(1 - x^n)\,dx = \frac{1}{m_n}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 =$$

$$= \frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n,$$

$$(x_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x\, dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x(1 - x^n)\, dx = \frac{1}{m_n}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 =$$

$$= \frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{n}{2(n+2)} =$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n) = \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n,$$

$$(x_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x(1 - x^n)\,dx = \frac{1}{m_n}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 =$$

$$= \frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{n+1}{n}\cdot\frac{n}{2(n+2)} =$$

$$=$$

Exempel 5

Vi får

$$A(D_n)=\int_0^1 (\text{övre}-\text{undre})dx=\int_0^1 (1-x^n)dx=\left[x-\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1=$$

$$=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}=m_n,$$

$$(x_t)_n=\frac{1}{m_n}\int_0^1 x\,dm_n=\frac{1}{m_n}\int_0^1 x(1-x^n)\,dx=\frac{1}{m_n}\left[\frac{x^2}{2}-\frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1=$$

$$=\frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{n+1}{n}\cdot\frac{n}{2(n+2)}=$$

$$=\frac{n+1}{2(n+2)}$$

Exempel 5

Vi får

$$
\begin{aligned}
A(D_n) &= \int_0^1 (\text{övre} - \text{undre})dx = \int_0^1 (1 - x^n)dx = \left[x - \frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1 = \\
&= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = m_n, \\
(x_t)_n &= \frac{1}{m_n}\int_0^1 x\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 x(1 - x^n)\,dx = \frac{1}{m_n}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 = \\
&= \frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{1}{m_n}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{n+1}{n}\cdot\frac{n}{2(n+2)} = \\
&= \frac{n+1}{2(n+2)} \to \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

då $n \to \infty$.

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt*

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

$$=$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

$$=$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 y\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 \frac{1+x^n}{2}(1-x^n)\,dx =$$

$$= \left[\begin{matrix}\text{konjugat-}\\ \text{regeln}\end{matrix}\right] =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 y\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 \frac{1+x^n}{2}(1-x^n)\,dx =$$

$$= \left[\begin{matrix}\text{konjugat-}\\ \text{regeln}\end{matrix}\right] =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{konjugat-} \\ \text{regeln} \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n} \int_0^1 (1 - x^{2n}) \, dx =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2}(1 - x^n) \, dx =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{konjugat-} \\ \text{regeln} \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n} \int_0^1 (1 - x^{2n}) \, dx =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{konjugat-} \\ \text{regeln} \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n} \int_0^1 (1 - x^{2n}) \, dx =$$

$$=$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{konjugat-} \\ \text{regeln} \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n} \int_0^1 (1 - x^{2n}) \, dx =$$

$$=$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$
\begin{aligned}
y &= x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2}, \\
(y_t)_n &= \frac{1}{m_n}\int_0^1 y\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 \frac{1+x^n}{2}(1-x^n)\,dx = \\
&= \begin{bmatrix}\text{konjugat-} \\ \text{regeln}\end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n}\int_0^1 (1-x^{2n})\,dx = \\
&= \frac{1}{2m_n}\left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1}\right]_0^1 =
\end{aligned}
$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 y\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 \frac{1+x^n}{2}(1-x^n)\,dx =$$

$$= \begin{bmatrix}\text{konjugat-}\\ \text{regeln}\end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n}\int_0^1 (1-x^{2n})\,dx =$$

$$= \frac{1}{2m_n}\left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1}\right]_0^1 =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{konjugat-} \\ \text{regeln} \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n} \int_0^1 (1 - x^{2n}) \, dx =$$

$$= \frac{1}{2m_n} \left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{2m_n} \left[1 - \frac{1}{2n+1} \right]_0^1 =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$
\begin{aligned}
&y = x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2},\\
&(y_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 y\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 \frac{1+x^n}{2}(1-x^n)\,dx =\\
&\quad = \begin{bmatrix}\text{konjugat-}\\ \text{regeln}\end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n}\int_0^1 (1-x^{2n})\,dx =\\
&\quad = \frac{1}{2m_n}\left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1}\right]_0^1 = \frac{1}{2m_n}\left[1 - \frac{1}{2n+1}\right]_0^1 =
\end{aligned}
$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{konjugat-} \\ \text{regeln} \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n} \int_0^1 (1 - x^{2n}) \, dx =$$

$$= \frac{1}{2m_n} \left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{2m_n} \left[1 - \frac{1}{2n+1} \right]_0^1 = \frac{n+1}{2n} \frac{2n}{2n+1} =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{konjugat-} \\ \text{regeln} \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n} \int_0^1 (1 - x^{2n}) \, dx =$$

$$= \frac{1}{2m_n} \left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{2m_n} \left[1 - \frac{1}{2n+1} \right]_0^1 = \frac{n+1}{2n} \frac{2n}{2n+1} =$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 y\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 \frac{1+x^n}{2}(1-x^n)\,dx =$$

$$= \begin{bmatrix}\text{konjugat-}\\ \text{regeln}\end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n}\int_0^1 (1-x^{2n})\,dx =$$

$$= \frac{1}{2m_n}\left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1}\right]_0^1 = \frac{1}{2m_n}\left[1 - \frac{1}{2n+1}\right]_0^1 = \frac{n+1}{2n}\,\frac{2n}{2n+1} =$$

$$=$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1 - x^n}{2} = \frac{1 + x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1 + x^n}{2} (1 - x^n) \, dx =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{konjugat-} \\ \text{regeln} \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n} \int_0^1 (1 - x^{2n}) \, dx =$$

$$= \frac{1}{2m_n} \left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{2m_n} \left[1 - \frac{1}{2n+1} \right]_0^1 = \frac{n+1}{2n} \frac{2n}{2n+1} =$$

$$=$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 y\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 \frac{1+x^n}{2}(1-x^n)\,dx =$$

$$= \begin{bmatrix}\text{konjugat-}\\ \text{regeln}\end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n}\int_0^1 (1-x^{2n})\,dx =$$

$$= \frac{1}{2m_n}\left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1}\right]_0^1 = \frac{1}{2m_n}\left[1-\frac{1}{2n+1}\right]_0^1 = \frac{n+1}{2n}\,\frac{2n}{2n+1} =$$

$$= \frac{n+1}{2n+1}$$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$
\begin{aligned}
& y = x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2}, \\
(y_t)_n &= \frac{1}{m_n} \int_0^1 y \, dm_n = \frac{1}{m_n} \int_0^1 \frac{1+x^n}{2} (1-x^n) \, dx = \\
&= \begin{bmatrix} \text{konjugat-} \\ \text{regeln} \end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n} \int_0^1 (1-x^{2n}) \, dx = \\
&= \frac{1}{2m_n} \left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{2m_n} \left[1 - \frac{1}{2n+1} \right]_0^1 = \frac{n+1}{2n} \frac{2n}{2n+1} = \\
&= \frac{n+1}{2n+1} \to \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

då $n \to \infty$, d v s $((x_t)_n, (y_t)_n) =$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$
\begin{aligned}
y &= x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2}, \\
(y_t)_n &= \frac{1}{m_n}\int_0^1 y\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 \frac{1+x^n}{2}(1-x^n)\,dx = \\
&= \begin{bmatrix}\text{konjugat-}\\ \text{regeln}\end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n}\int_0^1 (1-x^{2n})\,dx = \\
&= \frac{1}{2m_n}\left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1}\right]_0^1 = \frac{1}{2m_n}\left[1 - \frac{1}{2n+1}\right]_0^1 = \frac{n+1}{2n}\,\frac{2n}{2n+1} = \\
&= \frac{n+1}{2n+1} \to \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

då $n \to \infty$, d v s $((x_t)_n, (y_t)_n) = \left(\dfrac{n+1}{2(n+2)}, \dfrac{n+1}{2n+1}\right)$

Exempel 5

I beräkningen av $(y_t)_n$ är det viktigt att komma ihåg att y:et är y-koordinaten för *remsans tyngdpunkt* , d v s

$$y = x^n + \frac{1-x^n}{2} = \frac{1+x^n}{2},$$

$$(y_t)_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 y\,dm_n = \frac{1}{m_n}\int_0^1 \frac{1+x^n}{2}(1-x^n)\,dx =$$

$$= \begin{bmatrix}\text{konjugat-}\\ \text{regeln}\end{bmatrix} = \frac{1}{2m_n}\int_0^1 (1-x^{2n})\,dx =$$

$$= \frac{1}{2m_n}\left[x - \frac{x^{2n+1}}{2n+1}\right]_0^1 = \frac{1}{2m_n}\left[1 - \frac{1}{2n+1}\right]_0^1 = \frac{n+1}{2n}\,\frac{2n}{2n+1} =$$

$$= \frac{n+1}{2n+1} \to \frac{1}{2}$$

då $n \to \infty$, d v s $((x_t)_n, (y_t)_n) = \left(\frac{n+1}{2(n+2)}, \frac{n+1}{2n+1}\right) \to \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.