

Exempel: Betrakta differentialekvationen

$x^2 y' = y^3$ ,  $x > 0$ . Bestäm den lösning som går genom punkten  $(1, 1)$ .

Lösning:  $x^2 y' = y^3$ ,  $x > 0 \Leftrightarrow (y \neq 0) \Leftrightarrow \frac{1}{y^3} y' = \frac{1}{x^2}$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{y^3} dy = \int \frac{1}{x^2} dx \Leftrightarrow \frac{-1}{2y^2} = \frac{-1}{x} + C.$$

$$y(1) = 1: \frac{-1}{2 \cdot 1^2} = \frac{-1}{1} + C \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-1}{2y^2} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{x-2}{2x} \Leftrightarrow \frac{1}{y^2} = \frac{2-x}{x}$$

$$\Leftrightarrow y^2 = \frac{x}{2-x} \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{\frac{x}{2-x}} .$$

$$y(1) = 1 \quad \text{ge} \quad y = \sqrt{\frac{x}{2-x}} .$$

$$x > 0, \quad \frac{x}{2-x} > 0, \quad x \neq 2. \quad 0 < x < 2$$

$$\text{SVAR: } y = \sqrt{\frac{x}{2-x}}, \quad 0 < x < 2.$$