Exempel

Bestäm den lösning till differentialekvationen $4y^3y' = 1 + y^4$ som uppfyller begynnelsevillkoret $y(0) = 1$.

Lösning

Lösning

Eftersom $1 + y^4 > 0$ för alla y gäller

Lösning

Eftersom $1 + y^4 > 0$ för alla y gäller

$$4y^3y' = 1 + y^4 \Leftrightarrow \frac{4y^3}{1+y^4}y' = 1.$$

Lösning

Eftersom $1 + y^4 > 0$ för alla y gäller

$$4y^3y' = 1 + y^4 \Leftrightarrow \frac{4y^3}{1+y^4}y' = 1.$$

Alltså gäller

$$\int \frac{4y^3}{1+y^4}dy = \int dx.$$

Lösning

Eftersom $1 + y^4 > 0$ för alla y gäller

$$4y^3y' = 1 + y^4 \Leftrightarrow \frac{4y^3}{1+y^4}y' = 1.$$

Alltså gäller

$$\int \frac{4y^3}{1+y^4}dy = \int dx.$$

D.v.s.

$$\ln(1 + y^4) = x + c.$$

Lösning

Eftersom $1 + y^4 > 0$ för alla y gäller

$$4y^3 y' = 1 + y^4 \Leftrightarrow \frac{4y^3}{1+y^4} y' = 1.$$

Alltså gäller

$$\int \frac{4y^3}{1+y^4} dy = \int dx.$$

D.v.s.

$$\ln(1 + y^4) = x + c.$$

$y(0) = 1$ ger $\ln 2 = c$,

Lösning

Eftersom $1 + y^4 > 0$ för alla y gäller

$$4y^3y' = 1 + y^4 \Leftrightarrow \frac{4y^3}{1+y^4}y' = 1.$$

Alltså gäller

$$\int \frac{4y^3}{1+y^4}dy = \int dx.$$

D.v.s.

$$\ln(1 + y^4) = x + c.$$

$y(0) = 1$ ger $\ln 2 = c$,så

$$1 + y^4 = 2\mathrm{e}^x, \quad y = \sqrt[4]{2\mathrm{e}^x - 1}.$$

Lösning

Eftersom $1 + y^4 > 0$ för alla y gäller

$$4y^3y' = 1 + y^4 \Leftrightarrow \frac{4y^3}{1+y^4}y' = 1.$$

Alltså gäller

$$\int \frac{4y^3}{1+y^4}dy = \int dx.$$

D.v.s.

$$\ln(1 + y^4) = x + c.$$

$y(0) = 1$ ger $\ln 2 = c$,så

$$1 + y^4 = 2\mathrm{e}^x, \quad y = \sqrt[4]{2\mathrm{e}^x - 1}.$$

Detta gäller då $x > -\ln 2$.

Svar: $y = \sqrt[4]{2\mathrm{e}^x - 1}$, $(x > -\ln 2)$.