Taylors formel med Lagranges restterm:

$$\boxed{f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}h^n + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}h^{n+1}}$$

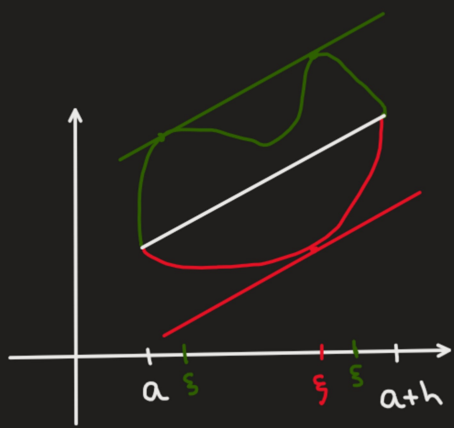
för något ξ mellan a och $a+h$.

($h \geq 0$: $a \leq \xi \leq a+h$; $h \leq 0$: $a+h \leq \xi \leq a$)

Medelvärdessatsen:

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = f'(\xi), \text{ d.v.s. } f(a+h) = f(a) + f'(\xi)h,$$

för något ξ mellan a och $a+h$



$n=1$: $g(t) = f(a+t) - f(a) - f'(a)t - \frac{f(a+h)-f(a)-f'(a)h}{h^2}t^2$

$g(0) = g(h) = 0$. MVS ger ξ_1 mellan 0 och h s.a.

$g'(\xi_1) = 0$.

$$g'(t) = f'(a+t) - f'(a) - \frac{f(a+h)-f(a)-f'(a)h}{h^2}\cdot 2t$$

$g'(0) = 0 = g'(\xi_1)$. MVS ger ξ_2 mellan 0 och ξ_1 s.a.

$g''(\xi_2) = 0$. $\xi = a + \xi_2$.

$$g''(t) = f''(a+t) - \frac{f(a+h)-f(a)-f'(a)h}{h^2}\,2$$

$$g''(\xi_2) = f''(\xi) - \frac{f(a+h)-f(a)-f'(a)h}{h^2}\cdot 2 = 0.$$