Exempel

Bestäm Maclaurinutvecklingen av ordning 2 för

$$e^{\sqrt{1+2x}}$$

(med resttermen $\mathcal{O}(x^3)$).

Lösning

Lösning

Utveckling av $\sqrt{1+2x}$ m.h.a. standardudeckling:

Lösning

Utveckling av $\sqrt{1+2x}$ m.h.a. standardutveckling:

$$\sqrt{1+t} = 1 + \frac{t}{2} - \frac{t^2}{8} + \mathcal{O}(t^3),$$

Lösning

Utveckling av $\sqrt{1+2x}$ m.h.a. standardsutveckling:

$$\sqrt{1+t} = 1 + \frac{t}{2} - \frac{t^2}{8} + \mathcal{O}(t^3),$$

$t = 2x$ ger

$$\sqrt{1+2x} = 1 + \frac{2x}{2} - \frac{(2x)^2}{8} + \mathcal{O}((2x)^3) =$$

Lösning

Utveckling av $\sqrt{1+2x}$ m.h.a. standardudteckling:

$$\sqrt{1+t} = 1 + \frac{t}{2} - \frac{t^2}{8} + \mathcal{O}(t^3),$$

$t = 2x$ ger

$$\sqrt{1+2x} = 1 + \frac{2x}{2} - \frac{(2x)^2}{8} + \mathcal{O}((2x)^3) =$$

$$1 + x - \frac{x^2}{2} + \mathcal{O}(x^3).$$

$$\mathrm{e}^{s} = 1 + s + \frac{1}{2}s^2 + \mathcal{O}(s^3).$$

$$\mathrm{e}^s = 1 + s + \frac{1}{2}s^2 + \mathcal{O}(s^3).$$

$\mathrm{e}^{\sqrt{1+2x}}$

$$\mathrm{e}^{s} = 1 + s + \frac{1}{2}s^2 + \mathcal{O}(s^3).$$

$\mathrm{e}^{\sqrt{1+2x}} = \mathrm{e}^{1+\frac{1}{2}2x-\frac{1}{8}(2x)^2+\mathcal{O}(x^3)}$

$$\mathrm{e}^s = 1 + s + \frac{1}{2}s^2 + \mathcal{O}(s^3).$$

$\mathrm{e}^{\sqrt{1+2x}} = \mathrm{e}^{1+\frac{1}{2}2x-\frac{1}{8}(2x)^2+\mathcal{O}(x^3)} = \mathrm{e}\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}x^2+\mathcal{O}(x^3)}$

$$\mathrm{e}^s = 1 + s + \frac{1}{2}s^2 + \mathcal{O}(s^3).$$

$\mathrm{e}^{\sqrt{1+2x}} = \mathrm{e}^{1+\frac{1}{2}2x-\frac{1}{8}(2x)^2+\mathcal{O}(x^3)} = \mathrm{e}\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}x^2+\mathcal{O}(x^3)}$

Med $s = x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)$ får vi:

$$\mathrm{e}^{s} = 1 + s + \frac{1}{2}s^2 + \mathcal{O}(s^3).$$

$\mathrm{e}^{\sqrt{1+2x}} = \mathrm{e}^{1+\frac{1}{2}2x-\frac{1}{8}(2x)^2+\mathcal{O}(x^3)} = \mathrm{e}\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}x^2+\mathcal{O}(x^3)}$

Med $s = x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)$ får vi:

$\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}x^2+\mathcal{O}(x^3)} = 1 + \left(x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)\right) + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)\right)^2 + \mathcal{O}\left(\left(x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)\right)^3\right)$

$$\mathrm{e}^s = 1 + s + \frac{1}{2}s^2 + \mathcal{O}(s^3).$$

$\mathrm{e}^{\sqrt{1+2x}} = \mathrm{e}^{1+\frac{1}{2}2x-\frac{1}{8}(2x)^2+\mathcal{O}(x^3)} = \mathrm{e}\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}x^2+\mathcal{O}(x^3)}$

Med $s = x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)$ får vi:

$\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}x^2+\mathcal{O}(x^3)} = 1 + \left(x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)\right) + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)\right)^2 + \mathcal{O}\left(\left(x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)\right)^3\right) = 1 + x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)$

$$\mathrm{e}^{s} = 1 + s + \frac{1}{2}s^2 + \mathcal{O}(s^3).$$

$\mathrm{e}^{\sqrt{1+2x}} = \mathrm{e}^{1+\frac{1}{2}2x-\frac{1}{8}(2x)^2+\mathcal{O}(x^3)} = \mathrm{e}\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}x^2+\mathcal{O}(x^3)}$

Med $s = x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)$ får vi:

$\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}x^2+\mathcal{O}(x^3)} = 1 + \left(x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)\right) + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)\right)^2 + \mathcal{O}\left(\left(x - \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)\right)^3\right) = 1 + x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \mathcal{O}(x^3)$

Så

$$\mathrm{e}^{\sqrt{1+2x}} = \mathrm{e} \cdot \left(1 + x + \mathcal{O}(x^3)\right) = \mathrm{e} + \mathrm{e}x + \mathcal{O}(x^3).$$