Numeriska serier

Tomas Sjödin

Linköpings Universitet

Talföljder

Talföljder är funktioner

$$s : \mathbb{N} \to \mathbb{R}.$$

Talföljder

Talföljder är funktioner

$$s : \mathbb{N} \to \mathbb{R}.$$

Vi skriver

$$s_n = s(n).$$

Talföljder

Talföljder är funktioner

$$s : \mathbb{N} \to \mathbb{R}.$$

Vi skriver

$$s_n = s(n).$$

$s = \lim_{n\to\infty} s_n$ om det för varje $\varepsilon > 0$ finns N s.a. $|s - s_n| < \varepsilon$ för alla $n \geq N$.

Numeriska Serier

Numeriska Serier

Oändliga serier är på formen

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots,$$

där a_k är en talföljd, och dessa ska representera en oändlig summa.

Oändliga serier är på formen

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots,$$

där a_k är en talföljd, och dessa ska representera en oändlig summa.
Partialsummor:

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \ldots + a_n.$$

Oändliga serier är på formen

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots,$$

där a_k är en talföljd, och dessa ska representera en oändlig summa. Partialsummor:

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \ldots + a_n.$$

Serien är **konvergent** med summa $S \in \mathbb{R}$ om

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \ldots + a_n) = S.$$

Numeriska Serier

Oändliga serier är på formen

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots,$$

där a_k är en talföljd, och dessa ska representera en oändlig summa. Partialsummor:

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \ldots + a_n.$$

Serien är **konvergent** med summa $S \in \mathbb{R}$ om

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \ldots + a_n) = S.$$

Annars säger man att serien är **divergent.**

Linjäritet

Om serierna $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ och $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ är konvergenta och α, β är reella tal då gäller:

Linjäritet

Om serierna $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ och $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ är konvergenta och α, β är reella tal då gäller:

$$\sum_{k=1}^{\infty}(\alpha a_k + \beta b_k) = \alpha \sum_{k=1}^{\infty} a_k + \beta \sum_{k=1}^{\infty} b_k .$$

Geometrisk serie:

Geometrisk serie:

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = \begin{cases} \frac{1}{1-q} & \text{om } |q| < 1 \\ \text{divergent} & \text{om } |q| \geq 1 \end{cases} .$$