Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: 9GMA08
Provkod: STN1

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2026-01-05 kl. 08.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 15 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. (a) Visa att ekvationen $z^2+e^{x^2+z+y} = 2$ i en omgivning av punkten $(x, y, z) = (2, -3, -1)$ definierar en C^1-funktion $z = z(x, y)$.

   (b) Beräkna sedan $z(2, -3)$, $z'_x(2, -3)$ och $z'_y(2, -3)$.

2. Beräkna $\iint_D (x - 2)\, dxdy$, där

$$D = \Big\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4 \text{ och } x \geq |y|\Big\}.$$

3. Bestäm alla stationära punkter till

$$f(x, y, z) = x^2 z + yx^2 - x - y - z^2$$

   samt ange deras karaktär.

4. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y, z) = x + y + z$ då

$$xz = 2 \quad \text{och} \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 2.$$

5. Bestäm alla C^1-lösningar $z(x, y)$ till differentialekvationen

$$z'_x + 3x^2 z'_y = x^2 z$$

   under randvillkoret $z(0; y) = y^2$ genom att till exempel göra variabelbytet $u = x$, $v = y - x^3$.

6. Låt $f(x, y) = 1 + 2x^2 + y^2$. Det finns då en unik punkt $(a, b, f(a, b))$ i $\mathbb{R}^3$ sådan att tangentplanet till grafen av $z = f(x, y)$ i denna punkt är parallellt med planet $z = 4x+4y$. Beräkna volymen av det område $D \subset \mathbb{R}^3$ som består av alla punkter (x, y, z) sådana att $f(x, y) \leq z \leq f(a, b)$.

7. Bestäm alla värde på de reella konstanterna a och b sådana att funktionen

$$f(x, y) = 2y^2 + bxy - x + e^{ax}$$

   har lokalt minimum i origo. Motivera noga!