Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: 9GMA08
Provkod: STN1

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2025-08-20 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 15 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. (a) Bestäm riktningsderivatan av $f(x,y,z) = xy + z^2$ i punkten $(1,2,3)$ i den riktning som ges av vektorn $\mathbf{v} = (1,1,1)$. (1p)

   (b) Bestäm alla plan som tangerar ytan $x^2 + y^4 = z^2 + 1$ och är parallella med planet $x + 2y + z = 1$. (2p)

2. Beräkna integralen
$$\iint_D xy \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$
där D ges av $x^2 + 4x + 2y^2 \leq 12$ och $y \geq 0$.

3. Bestäm alla C^1-lösningar $z(x,y)$ till differentialekvationen $xyz'_x - z'_y = x^2e^{y^2}$ för $x > 0$ under randvillkoret $z(x;0) = \sin(x^2)$ genom att till exempel göra variabelbytet $u = x^2e^{y^2}$, $v = y$.

4. Beräkna trippelintegralen
$$\iiint_D \sqrt{y-z}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z.$$
där D ges av $0 \leq x - y \leq y - z \leq x + z \leq 4$.

5. Bestäm största och minsta värde, om de finns, av funktionen $f(x,y,z) = 12x + 20y + 26z$ där $x^2 + z^2 \leq 25$ och $x + y + z = 0$.

6. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till
$$f(x,y,z) = x^3 + y^2 + z^2 - 3xy + yz$$

7. Bestäm för vilka värden på det reella talet k integralen
$$\iint_D \frac{1}{\sqrt{y}} \cdot \left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}\right)^k \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$
är konvergent, där $D = \{(x,y) : x \geq 1,\ 0 \leq y \leq \dfrac{1}{x}\}$. Motivera noga!