Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA43
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA43 Flervariabelanalys

2024-08-21 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/12/16 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. (a) Bestäm andra ordningens Taylorpolynom i origo till
$$f(x,y) = \sqrt{1+4x-2y}\; e^{x+y^2} - \ln(1+3x-y).$$
(2p)

   (b) Vissa att origo är en stationär punkt till $f(x,y)$ och avgör dess karaktär. (1p)

2. Beräkna integralen
$$\iint_D \frac{dxdy}{x}$$
där D ges av $2x+y \geq 2$ och $\ln x \leq y \leq 1$.

3. (a) Vad menas med att en funktion $f(x,y,z) : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ är differentierbar i en punkt $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^3$? (1p)

   (b) Låt (ρ,ϕ) vara polära koordinater i xy-planet. Beräkna andraderivatan $\dfrac{\partial^2 f}{\partial\rho\partial\phi}$ i punkten $(x,y)=(0,2)$ om funktionen f där har derivator $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 3$. (2p)

4. Bestäm alla $\mathcal{C}^2$-lösningar $z(x,y)$ till
$$3x^2 z''_{xx} - 5xyz''_{xy} + 2y^2 z''_{yy} + 3xz'_x + 2yz'_y = 0 \qquad (x>0, y>0),$$
genom att t.ex. använda variabelbytet $u = xy$, $v = x^2y^3$.

5. Bestäm integralen $\displaystyle\iiint_D x\,dxdydz$, där D ges av $x^2+y^2+z^2 \leq 9$, $x,y,z \leq 0$.

6. Vilka värden kan $x\sqrt{4-y^2} + y\sqrt{4-x^2}$ anta?

7. Visa att avbildningen $\begin{cases} u = 2x + \sin 4y \\ v = 2x - 6y \end{cases}$ har en **global** C^1-invers $\begin{cases} x = x(u,v) \\ y = y(u,v) \end{cases}$.

   Beräkna sedan x'_v i punkten $(u,v) = (2,2)$.