

Talteori 6hp, Kurskod TATA54, Provkod TEN1
19 Augusti 2021
LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska Institutionen
Examinator: Jan Snellman

Alla problem ger maximalt 3 poäng. Full poäng kräver fullständig lösning. 8p räcker för betyg 3, 11p för betyg 4, 14p för betyg 5.

1) Är kongruensen

$$x^2 \equiv 97 \pmod{157}$$

lösbar?

2) Är kongruensen

$$x^2 + y^2 \equiv 97 \pmod{167}$$

lösbar?

3) Är kongruensen

$$x^5 + x + 1 \equiv 0 \pmod{25}$$

lösbar? Ange i så fall alla lösningar.

4) Ge en rationell approximation till $\sqrt{11} - 3$ med ett fel mindre än $5 * 10^{-5}$.

5) Primtalsfaktorisera $5^{12} - 1$.

6) Låt a vara ett heltal. Kan a^2 vara en primitiv rot modulo ett udda primtal p ?

7) Visa att för varje positivt heltal n så gäller att

$$\sum_{d|n} \frac{\mu(d)}{d} = \prod_{\substack{p|n \\ p \text{ primtal}}} \left(1 - \frac{1}{p}\right)$$