Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Utbildningskod: TATA65/TEN1

# Tentamen i Diskret Matematik

**2024-08-30 kl. 14.00-19.00**

Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Alla lösningar ska motiveras väl och förenklas så långt som möjligt. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng och för betyg 3/4/5 krävs 6/8/10 poäng på Del A och 2/4/6 poäng på Del B. Skrivningsresultat meddelas via epost och visningstid kommer att anslås på kurshemsidan.

## Del A.

1. (a) Bestäm alla heltalslösningar till ekvationen $388x + 108y = 68$. (2p)

   (b) (a) Bestäm alla lösningar till ekvationen $3x \equiv 8 \mod 10$. (1p)

2. Visa att $5 + 8 + 11 + \cdots + (3n + 2) = \dfrac{n(3n+7)}{2}$, för alla heltal $n \geq 1$. (3p)

3. Hur många av heltalen från och med 100000 till och med 500000 innehåller inte någon av följderna 123, 456 eller 789? (3p)

4. (a) Skriv den booleska funktionen $f(x, y, z) = \overline{x + \overline{yz}} + \overline{\overline{y} + xz}$ på fullständig disjunktiv normalform. (2p)

   (b) Är det sant att varje graf som har en Hamiltoncykel är planär? (1p)

## Del B.

5. Låt $A$ vara mängden av ”ord” (d.v.s följder av bokstäver) med minst sex (ej nödvändigtvis olika) bokstäver som kan bildas av bokstäverna i ordet BADSTRAND. Definiera en relation $\mathcal{R}_1$ på $A$ genom $x \mathcal{R}_1 y$ om orden $x$ och $y$ antingen båda innehåller följden SANDAT, eller varken $x$ eller $y$ innehåller följden SANDAT. Är $\mathcal{R}_1$ en ekvivalensrelation? Bestäm även kardinaliteten hos mängden $\{x \in A : x \mathcal{R}_1 \text{ DANSAR}\}$. (3p)

6. Låt $X$ vara mängden av alla positiva delare till talet 70. En partialordning $\preceq$ på $X$ ges av att definiera $x \preceq y$ om $x|y$.

   (a) Rita hassediagrammet för po-mängden $(X, \preceq)$. (1p)

   (b) Sortera po-mängden $(X, \preceq)$ topologiskt. (1p)

   (c) Är $(X, \preceq)$ ett lattice? (1p)

7. (a) Hur många olika cykler av längd 4 innehåller den kompletta grafen $K_n$ ($n \in \mathbf{N}$)? (1p)

   (b) Bestäm det kromatiska talet $\chi(K_n)$.

   (c) Visa att det kromatiska polynomet för en komplett graf $K_n$ är
   $P(K_n, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2) \ldots (\lambda - n + 1)$. (1p)

**Lycka till!**