Sammansatta och inversa funktioner

Flervariabelanalys

Linköpings Universitet

Definitionsmängd/Målmängd/Värdemängd

En funktion $\bar{f}$ från en mängd $M \subset \mathbb{R}^n$ till en mängd $N \subset \mathbb{R}^m$ är en regel som för varje $\bar{x} \in M$ ger exakt ett värde $\bar{f}(\bar{x}) \in N$, vi skriver

$$\bar{f} : M \to N.$$

Definitionsmängd/Målmängd/Värdemängd

En funktion $\bar{f}$ från en mängd $M \subset \mathbb{R}^n$ till en mängd $N \subset \mathbb{R}^m$ är en regel som för varje $\bar{x} \in M$ ger exakt ett värde $\bar{f}(\bar{x}) \in N$, vi skriver

$$\bar{f} : M \to N.$$

Ett annat skrivsätt, där dock N inte är med explicit, är $\bar{x} \in M$, $\bar{x} \mapsto \bar{f}(\bar{x})$.

Definitionsmängd/Målmängd/Värdemängd

En funktion $\bar{f}$ från en mängd $M \subset \mathbb{R}^n$ till en mängd $N \subset \mathbb{R}^m$ är en regel som för varje $\bar{x} \in M$ ger exakt ett värde $\bar{f}(\bar{x}) \in N$, vi skriver

$$\bar{f} : M \to N.$$

Ett annat skrivsätt, där dock N inte är med explicit, är $\bar{x} \in M$, $\bar{x} \mapsto \bar{f}(\bar{x})$.
M kallas för **definitionsmängden** till $\bar{f}$, och betecknas även $D_{\bar{f}}$.

Definitionsmängd/Målmängd/Värdemängd

En funktion $\bar{f}$ från en mängd $M \subset \mathbb{R}^n$ till en mängd $N \subset \mathbb{R}^m$ är en regel som för varje $\bar{x} \in M$ ger exakt ett värde $\bar{f}(\bar{x}) \in N$, vi skriver

$$\bar{f} : M \to N.$$

Ett annat skrivsätt, där dock N inte är med explicit, är $\bar{x} \in M$, $\bar{x} \mapsto \bar{f}(\bar{x})$.
M kallas för **definitionsmängden** till $\bar{f}$, och betecknas även $D_{\bar{f}}$.
Mängden N kallas $\bar{f}$:s **målmängd**.

Definitionsmängd/Målmängd/Värdemängd

En funktion $\bar{f}$ från en mängd $M \subset \mathbb{R}^n$ till en mängd $N \subset \mathbb{R}^m$ är en regel som för varje $\bar{x} \in M$ ger exakt ett värde $\bar{f}(\bar{x}) \in N$, vi skriver

$$\bar{f} : M \to N.$$

Ett annat skrivsätt, där dock N inte är med explicit, är $\bar{x} \in M$, $\bar{x} \mapsto \bar{f}(\bar{x})$.
M kallas för **definitionsmängden** till $\bar{f}$, och betecknas även $D_{\bar{f}}$.
Mängden N kallas $\bar{f}$:s **målmängd**.
Mängden $V_{\bar{f}} = \{\bar{f}(\bar{x}) \in N : \bar{x} \in M\}$ kallas $\bar{f}$:s **värdemängd**.

Funktioner

- En funktion består alltså om man ska vara riktigt formell (vilket vi som tur är oftast inte kommer vara) dels av själva regeln f som ger värdet, definitionsmängden M som är de punkter som vi får stoppa in i denna regel, samt målmängden N.

Funktioner

- En funktion består alltså om man ska vara riktigt formell (vilket vi som tur är oftast inte kommer vara) dels av själva regeln f som ger värdet, definitionsmängden M som är de punkter som vi får stoppa in i denna regel, samt målmängden N.
- T.ex. är

$$\bar{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 \text{ där } \bar{f}(x, y, z) = (xy, sinz),$$
$$\bar{g} : \mathbb{R}^3 \to \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq v \leq 1\} \text{ där } \bar{g}(x, y, z) = (xy, sinz)$$
$$\bar{h} : \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \leq 0\} \to \mathbb{R}^2 \text{ där } \bar{h}(x, y, z) = (xy, sinz),$$

tre olika funktioner, trots att själva regeln är densamma.

Funktioner

- En funktion består alltså om man ska vara riktigt formell (vilket vi som tur är oftast inte kommer vara) dels av själva regeln f som ger värdet, definitionsmängden M som är de punkter som vi får stoppa in i denna regel, samt målmängden N.
- T.ex. är

$$\begin{aligned}
&\bar{f}:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 \text{ där } \bar{f}(x,y,z) = (xy, sinz),\\
&\bar{g}:\mathbb{R}^3 \to \{(u,v)\in\mathbb{R}^2 : -1 \leq v \leq 1\} \text{ där } \bar{g}(x,y,z) = (xy, sinz)\\
&\bar{h}:\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x \leq 0\} \to \mathbb{R}^2 \text{ där } \bar{h}(x,y,z) = (xy, sinz),
\end{aligned}$$

  tre olika funktioner, trots att själva regeln är densamma.
- Om vi får ett funktionsuttryck och $D_{\bar{f}}$ inte anges explicit är det underförstått att det är den största mängden där uttrycket är meningsfullt, och N är hela $\mathbb{R}^m$ (för något m).

Sammansatta funktioner

Definition

Givet funktioner $\bar{f} : M \to N$ och $\bar{g} : U \to V$ då definierar vi $\bar{g} \circ \bar{f} : \widetilde{M} \to V$, där $\widetilde{M} = \{\bar{x} \in M : \bar{f}(\bar{x}) \in U\}$ via

$$\bar{g} \circ \bar{f}(\bar{x}) = \bar{g}(\bar{f}(\bar{x})).$$

Sammansatta funktioner

Definition

Givet funktioner $\bar{f} : M \to N$ och $\bar{g} : U \to V$ då definierar vi $\bar{g} \circ \bar{f} : \widetilde{M} \to V$, där $\widetilde{M} = \{\bar{x} \in M : \bar{f}(\bar{x}) \in U\}$ via

$$\bar{g} \circ \bar{f}(\bar{x}) = \bar{g}(\bar{f}(\bar{x})).$$

Inversa funktioner

Definition

Givet $\bar{f} : M \to N$ så säger vi att $\bar{f}$ är inverterbar om det finns en funktion $\bar{f}^{-1} : N \to M$ sådan att $\bar{f}^{-1} \circ \bar{f}(\bar{x}) = \bar{f}^{-1}(\bar{f}(\bar{x})) = \bar{x}$ och $\bar{f} \circ \bar{f}^{-1}(\bar{y}) = \bar{f}(\bar{f}^{-1}(\bar{y})) = \bar{y}$ för alla $\bar{x} \in M$ respektive $\bar{y} \in N$.