Linjär Algebra: Repetition om matriser och linjära avbildningar.

Matrisaddition:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Multiplikation med skalär:

$$3\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$$

Matrismultiplikation:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot(-2)+3\cdot 4 \\ -1\cdot(-2)+2\cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$$

Linjära avbildningar:

$$F(\bar{x}+\bar{y}) = F(\bar{x}) + F(\bar{y})$$

$$F(k\bar{x}) = kF(\bar{x})$$

Linjära avbildningar:

$$F(\bar{x}+\bar{y}) = F(\bar{x}) + F(\bar{y})$$

$$F(k\bar{x}) = kF(\bar{x})$$

Om $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ linjär finns unik matris A s.a.

$$F(\bar{x}) = A\bar{x}$$

där vi i detta fall skriver $\bar{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ "=" $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

Linjära avbildningar:

T.ex. om $F: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ är linjär:

$A = (a \ \ b \ \ c)$ $\quad \bar{x} = (x, y, z)$ "=" $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$$F(x,y,z) = (a \ \ b \ \ c)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = ax + by + cz.$$

Linjära avbildningar:

T.ex. om $F: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ är linjär:

$A = (a \;\; b \;\; c)$ $\quad \bar{x} = (x, y, z) \text{ "=" } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$$F(x,y,z) = (a \;\; b \;\; c)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = ax + by + cz$$

(Kan även skrivas $(a, b, c) \cdot (x, y, z)$).

Affina avbildningar:

$$F(\bar{x}) = \underbrace{\bar{c}}_{\text{"konstant"}} + \underbrace{A\bar{x}}_{\text{linjär.}}$$

Affina avbildningar:

$$F(\bar{x}) = \underbrace{\bar{c}}_{\text{"konstant"}} + \underbrace{A\bar{x}}_{\text{linjär.}}$$

JMF: $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ linjär om $y = F(x) = kx$.

$F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ affin om $y = F(x) = kx + m$.

Sammansatta avbildningar och matrismultiplikation:

$$F(\bar{x}) = A\bar{x}, \quad G(\bar{y}) = B\bar{y}$$

$$G \circ F(\bar{x}) = G(F(\bar{x})) = B(A\bar{x}) = (BA)\bar{x}$$

(om $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $G: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^k$.)