

Tentamen i Flervariabelanalys TATA69

2010-12-22 kl 8–13

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).

8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5.

Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x + y^3 - 15y.$$

2. Finn den funktion $z(x, y)$ som löser den partiella differentialekvationen

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 1 \quad \text{för } x > 0, y \geq 1,$$

och uppfyller randvillkoret $z(x, 1) = \ln x$ för alla $x > 0$, genom att till exempel göra variabelbytet $u = 1/x + \ln y$, $v = 1/y$.

3. Beräkna trippelintegralen $\iiint_D (1 + xz) \, dx dy dz$, där

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 4, x > 0, y < 0, z < 0\}.$$

4. Beräkna $\iint_D x e^{x-2y} \, dx dy$, där D är triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(2, 1)$ och $(1, 3)$.

5. Finn de punkter på ytan

$$z^2 = x^2 + y^2 + 3xy + 2,$$

i vilka ytans tangentplan innehåller $(17, 0, 2)$ och är parallellt med x -axeln.

6. Låt $d(x, y)$ beteckna det kortaste avståndet från punkten (x, y) till kvadraten

$$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}.$$

Beräkna

$$\iint_{\mathbf{R}^2} e^{-d(x,y)} \, dx dy.$$