

Tentamen i Flervariabelanalys TATA43

2011-01-12 kl 8–13

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).

8/12/16 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5.

Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

Resultatet blir klart inom 12 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

OBS: Studenter registrerade på TATA69 vänder blad och löser uppgifterna på andra sidan.

1. Beräkna

$$\iint_D xy^2 dx dy, \text{ där } D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x^2 + 4y^2 \leq 9 \text{ och } x \leq 0\}.$$

2. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av funktionen $f(x, y) = xy$ då $x^2 + 2xy + 4y^2 \leq 3$ och $y \leq x$.

3. Beräkna volymen av den kropp i \mathbf{R}^3 som begränsas av planen

$$x + y - z = 0, y - z = 0, y + z = 0 \text{ och } x + y + z = 2.$$

4. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y, z) = x^3 + 3x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xz - 2yz.$$

5. Bestäm alla \mathcal{C}^2 -lösningar $z(x, y)$ till differentialekvationen

$$xz''_{xy} - yz''_{yy} - z'_y = 1 \text{ för } x > y > 0$$

under randvillkoren $z(x, 0) = 1 + x$ och $z(x, x) = e^x$, $x \geq 0$ genom att till exempel

$$\text{göra variabelbytet } \begin{cases} u = x \\ v = xy. \end{cases}$$

6. Visa att ekvationen $x^2 + y + e^{x^2y} = 1$ entydigt definierar en funktion $y = f(x)$, där $f \in \mathcal{C}^1(\mathbf{R})$. Beräkna också gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

7. Beräkna

$$\iiint_D \frac{1}{1 + (x^2 + y^2)^3} dx dy dz, \text{ där } D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z^2 \leq x^2 + y^2\}.$$

Tentamen i Flervariabelanalys TATA43

(för studenter registrerade på TATA69)

2011-01-12 kl 8–13

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).

8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5.

Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

Resultatet blir klart inom 12 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

OBS: Skriv TATA69 högst upp på tentaomslaget.

OBS: Studenter registrerade på TATA43 vänder blad och löser uppgifterna på andra sidan.

TATA69-1. Beräkna

$$\iint_D xy^2 dx dy, \text{ där } D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x^2 + 4y^2 \leq 9 \text{ och } x \leq 0\}.$$

TATA69-2. Bestäm ekvationerna för de tangentplan till ytan $yz + zx + xy = 1$ som är parallella med planet $2x + y + z = 0$.

TATA69-3. Beräkna volymen av den kropp i \mathbf{R}^3 som begränsas av planen

$$x + y - z = 0, y - z = 0, y + z = 0 \text{ och } x + y + z = 2.$$

TATA69-4. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y, z) = x^3 + 3x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xz - 2yz.$$

TATA69-5. Bestäm alla C^2 -lösningar $z(x, y)$ till differentialekvationen

$$xz''_{xy} - yz''_{yy} - z'_y = 1 \text{ för } x > y > 0$$

under randvillkoren $z(x, 0) = 1 + x$ och $z(x, x) = e^x$, $x \geq 0$ genom att till exempel

$$\text{göra variabelbytet } \begin{cases} u = x \\ v = xy. \end{cases}$$

TATA69-6. Beräkna

$$\iiint_D \frac{1}{1 + (x^2 + y^2)^3} dx dy dz, \text{ där } D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z^2 \leq x^2 + y^2\}.$$