Linköpings universitet
Matematiska institutionen
F-laget

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i Flervariabelanalys TATA69

2011-04-26 kl 14-19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).
8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5.
Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.
Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Beräkna
$$\iint_D \frac{dxdy}{2x-y+1},$$
där D ges av $1 \leq x+2y \leq 2x-y \leq 2$.

2. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till
$$f(x,y,z) = xy + x^2z - x^2 - y - z^2.$$

3. Beräkna
$$\iiint_D xz\,dxdydz,$$
där D ges av $x^2+y^2+4z^2 \leq 2$, $x \geq 0$, $z \geq 0$.

4. Finn den funktion $z(x,y)$ som löser den partiella differentialekvationen
$$x^2 z'_x - y^2 z'_y = y^3/x, \qquad \text{för } x>0,\ y>0,$$
och uppfyller villkoret $z(x,x) = 1/x$ för alla $x > 0$, genom att till exempel göra variabelbytet $u = 1/x + 1/y$, $v = y$.

5. Undersök gränsvärdet
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3+y^3}{(x^2+y^2)^a}$$
för alla reella värden på a.

6. Visa att ekvationerna
$$\begin{cases} 3x + xz + y + e^y + z^2 + e^z = 2, \\ 5x + xy + yz + e^y + 2\sin z = 1, \end{cases}$$
i en omgivning av $(0,0,0)$ definierar $\mathcal{C}^1$-funktioner $x(z)$ och $y(z)$. Beräkna $x'(0)$ och $y'(0)$.