

Tentamen i Flervariabelanalys TATA69

2011-10-17 kl 14-19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).

8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5.

Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y, z) = x^2 + 5y^2 + 8z^2 - 4xy + 2xz + 2yz - 10x + 10y - 32z.$$

2. Beräkna

$$\iint_D \frac{dx dy}{x},$$

där D ges av $2x + y \geq 2$, $\ln x \leq y \leq 1$.

3. Bestäm samtliga punkter på kurvan

$$x^2 + 4y^2 = 4$$

där normallinjen går genom punkten $(-1, 0)$.

4. Låt D vara kroppen som beskrivs av olikheterna

$$z \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq z^2, \quad x^2 + y^2 + z \leq 2,$$

där x, y, z [enhet m] är rumskoordinater, och som har en variabel densitet som beskrivs av funktionen $\rho(x, y, z) = 1/(1 + x^2 + y^2)$ [enhet kg/m³]. Beräkna den totala massan av D .

5. Låt (r, φ) vara polära koordinater i xy -planet. Beräkna andraderivatan $\frac{\partial^2 f}{\partial r \partial \varphi}$ i punkten $(x, y) = (0, 2)$, om funktionen f där har derivator $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 7$ och $\frac{\partial f}{\partial x} = 5$.

6. Avgör om

$$f(x, y) = 4(\cos x + \cos y) + \frac{1}{1 - (x + y)^2}$$

har ett lokalt maximum eller minimum i origo.