Linköpings universitet
Matematiska institutionen
F-laget

Kurskod: TATA43
Provkod: TEN1

Tentamen i Flervariabelanalys TATA69

2012-05-29 kl 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).
8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5.
Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.
Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Normallinjen genom $(1,2)$ till kurvan $2x^2 - y^2 + 2 = 0$ skär kurvan i ytterligare en punkt. Vilken?

2. Beräkna
$$\iint_D \frac{x-y}{x+y}\,dxdy,$$
där D ges av $1 \leq x+y \leq 2x-y \leq 2$.

3. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till
$$f(x,y,z) = 2x^2 + y^2 + z^2 - x^2y.$$

4. Bestäm alla C^2-lösningar $z(x,y)$ till differentialekvationen
$$xz''_{xx} - yz''_{xy} + z'_x = 2xy$$
för $x > 0$, $y > 0$ genom att till exempel göra variabelbytet $u = xy$, $v = y$.

5. Det homogena stympade klotet K ges av $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ och $z \geq \frac{1}{3}$. Beräkna tyngdpunktens z-koordinat
$$z_T = \frac{\iiint_K z\,dxdydz}{\iiint_K 1\,dxdydz}.$$

6. Visa att ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + e^y + \ln z = e \\ e^x + \ln y + z = 2 \end{cases}$$
i en omgivning av punkten $(x,y,z) = (0,1,1)$ definierar C^1-funktioner $y(x)$, $z(x)$. Avgör dessutom för var och en av dessa funktioner huruvida de har lokalt extremvärde i $x = 0$.