

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2012-08-16 kl 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).

8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y) = 4xy - 2y^2 - x^4.$$

2. Bestäm de tangentplan till ytan $x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xy = 24$ som är parallella med planet $x + 3y + z = 0$.

3. Beräkna volymen av den kropp i \mathbf{R}^3 som begränsas av ytorna

$$z = x^2 + 2y^2 \quad \text{och} \quad 2x + z = 2.$$

4. Bestäm alla \mathcal{C}^1 -lösningar $z(x, y)$ till differentialekvationen

$$2xz'_x - yz'_y = y, \quad x > 0, \quad y > 0$$

under bivillkoret $z(x, x) = 0$ genom att t.ex. göra variabelbytet $u = xy^2$, $v = \frac{1}{y}$.

5. Bestäm alla \mathcal{C}^1 -lösningar $u(x, y, z)$ respektive $u(x, y)$ till följande differentialekvationssystem:

$$(a) \quad \begin{cases} u'_x = 1 + y \cos xy \\ u'_y = ze^{yz} + x \cos xy \\ u'_z = 1 + ye^{yz} \end{cases} \quad \text{med bivillkoret } u(0, 0, 0) = 0.$$

$$(b) \quad \begin{cases} u'_x = e^{x^2}(1 + y^2) \\ u'_y = \frac{y}{x}e^{x^2} \end{cases}, \quad x > 0, \quad \text{med bivillkoret } u(1, 0) = 0.$$

6. Beräkna

$$\iiint_D y e^{-(x^2+3y^2+4z^2)^2} dx dy dz,$$

där D ges av $y \geq |x|$ och $z \geq 0$.