

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2013-01-10 kl 8–13

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).

8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Beräkna

$$\iint_D (y - x) \, dx dy,$$

där D är triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(4, 1)$ och $(2, 2)$.

2. Bestäm alla punkter P på kurvan $x^3 + 3y^2 = 12$ sådana att kurvans normallinje i P går genom origo.

3. Beräkna

$$\iiint_D x \, dx dy dz,$$

där D ges av $4x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ och $z \geq 0$.

4. Visa att ekvationen

$$3y^2 - 3yz + 2x^3 + z^3 = 19$$

i en omgivning till punkten $(x, y, z) = (1, 2, -1)$ definierar en \mathcal{C}^1 -funktion $z = z(x, y)$. Beräkna $z(1, 2)$, $z'_x(1, 2)$ och $z'_y(1, 2)$, samt bestäm tangentplanet till funktionsytan i punkten $(1, 2, -1)$.

5. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y, z) = y^2 + z^2 + 2x^3 - x^2y.$$

6. Kroppen K ges av $x^2 + y^2 + z^2 \leq 8$ och $2z \geq x^2 + y^2$. Bestäm tyngdpunktens z -koordinat

$$z_T = \frac{\iiint_K z \, dx dy dz}{\iiint_K dx dy dz}.$$