Linköpings universitet
Matematiska institutionen

**Kurskod: TATA69**
**Provkod: TEN1**

# Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

**2013-10-28 kl. 8–13**

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).
8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.
Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Bestäm alla $\mathcal{C}^1$-funktioner $z(x, y)$ (för $x > 0$) som löser differentialekvationen

$$xz'_x + 3yz'_y = \frac{1}{x^4}$$

   och uppfyller bivillkoret $z(x, x) = 0$, till exempel genom att göra variabelbytet $u = x$, $v = y/x^3$.

2. Beräkna $\iint_D x^2\,dxdy$, där $D$ är parallellogrammen med hörn i $(x, y) = (1, 1)$, $(3, 2)$, $(4, 5)$ och $(2, 4)$.

3. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y, z) = (x + y)^2 - 12yz + (y + z)^3.$$

4. Visa att sambandet $x^2z - yz^5 = 1$ definierar en $\mathcal{C}^1$-funktion $z = z(x, y)$ i en omgivning av $(x, y, z) = (2, 3, 1)$. Ange $z(2, 3)$, $z'_x(2, 3)$ och $z'_y(2, 3)$.

5. Beräkna $\iiint_D z\,dxdydz$, där $D$ ges av $z \le 0$ (obs!), $x^2+y^2+z^2 \le 1$ och $3z^2 \ge x^2+y^2$.

6. Låt $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + y^4}{x^2 + y^2}, & \text{om } (x, y) \ne (0, 0), \\ 0, & \text{om } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

   (a) Beräkna $f'_x(x, y)$ för alla $(x, y) \in \mathbf{R}^2$.
   (b) Avgör om $f'_x$ är kontinuerlig i origo.
   (c) Avgör om $f$ är differentierbar i origo.