Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2014-01-07 kl. 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).
8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.
Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. (a) Bestäm alla funktioner $f(x,y)$ av klass $\mathcal{C}^1$ som löser differentialekvationen $f'_x + 2xf'_y = xy + x^3$. (Använd t.ex. variabelbytet $u = x$, $v = x^2 - y$.) (1p)

   (b) Bestäm speciellt alla som dessutom uppfyller bivillkoret $f(0,y) = y/2$. (1p)

   (c) Visa genom insättning att ditt svar i (b) verkligen uppfyller både differentialekvationen och bivillkoret! (1p)

2. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter för
$$f(x,y,z) = 2xy + 2xz - y^2 - z^2 - x^3.$$

3. Beräkna $\iiint_D (x - z)\,dx\,dy\,dz$, där
$$D = \Big\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : 0 \le x + 4y - z \le x + y \le y + z \le 1\Big\}.$$

4. Beräkna $\iint_D xy\,dx\,dy$, där området $D \subset \mathbf{R}^2$ ges av olikheterna $1 \le x^2 + 3y^2 \le 3$ och $0 \le y \le x$.

5. Visa att villkoren $xyz + e^{2x} = y$ och $x + 3y - z = 1$ implicit definierar x och y som $\mathcal{C}^1$-funktioner av z i en omgivning till punkten $(x,y,z) = (0,1,2)$. Ange värdena $x(2)$, $y(2)$, $x'(2)$ och $y'(2)$. Den geometriska tolkningen av situationen är att två ytor skär varandra längs en kurva; bestäm denna kurvas tangentlinje i punkten $(0,1,2)$.

6. Beräkna volymen av skärningen mellan den cirkulära cylindern
$$D_1 = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + z^2 \le 1\}$$
och den kvadratiska cylindern
$$D_2 = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : |x| + |y| \le 1\}.$$