

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2014-06-04 kl 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).

8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 4xy - x^3.$$

2. Bestäm de tangentplan till ytan $x^2 + 2y^2 + 2xz + 4z^2 = 23$ som är parallella med planet $3x - 2y + 9z = 1$.

3. Beräkna

$$\iint_D (x - y) \, dx dy,$$

där D är triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(-1, 1)$ och $(4, 2)$.

4. Beräkna

$$\iiint_D x^2 z \, dx dy dz,$$

där D ges av $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$, $z \geq \sqrt{3x^2 + 3y^2}$ och $0 \leq x \leq y$.

5. (a) Definiera vad som menas med att $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = L$.

(b) Undersök $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+xy)}{x^2+y^2}$ (c) Undersök $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\ln(1+xyz)}{x^2+y^2+z^2}$

6. Visa att sambandet

$$\begin{cases} u = x + \arctan y, \\ v = y + \arctan z, \\ w = z + \arctan x, \end{cases}$$

kring varje punkt $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ definierar en lokal \mathcal{C}^1 -invers

$$\begin{cases} x = x(u, v, w), \\ y = y(u, v, w), \\ z = z(u, v, w). \end{cases}$$

Undersök också om det finns en global invers.