Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2014-08-21 kl 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).
8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla funktioner $f(x, y)$ av klass $\mathcal{C}^1$ som löser differentialekvationen

$$2xf'_x - yf'_y = xy,\ x > 0,\ y > 0$$

under bivillkoret $f(1, y) = 0$, exempelvis med hjälp av variabelbytet $u = xy^2$, $v = y$.

2. Beräkna $\iint_D x\,dxdy$, där D ges av $x^2 + xy + y^2 \leq 1$ och $x \geq 0$.

3. Visa att sambandet

$$3y^2 - 2x^3 - 6xyz + z^3 = -4$$

i en omgivning till punkten $(1, 1, 1)$ definierar en $\mathcal{C}^1$-funktion $z = z(x, y)$. Beräkna $z(1, 1)$, $z'_x(1, 1)$ och $z'_y(1, 1)$, samt bestäm tangentplanet till funktionsytan i punkten $(1, 1, 1)$.

4. Bestäm alla punkter P på kurvan

$$x^2 + y^3 = 1$$

sådana att kurvans normallinje i P går genom origo.

5. Beräkna

$$\iiint_D \frac{dxdydz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

där D är klotet med radie 1 och medelpunkt i $(0, 0, 1)$.

6. Bestäm alla a och b sådana att

$$f(x, y) = e^{ax} - x + bxy + 2y^2$$

har lokalt minimum i origo.