Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2014-10-27 kl. 8–13

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Avgör om följande funktioner har lokalt extremvärde i origo. (Dvs. är origo en lokal maximipunkt? En lokal minimipunkt? Varken eller?) Motivera tydligt!

   (a) $f(x,y) = xy$

   (b) $f(x,y) = 2e^{x^2+y^2} + \ln(1+xy)$

   (c) $f(x,y) = \sin(x^2+y) + \cos(x^2-y)$

2. Bestäm den C^1-funktion $f(x,y)$ som uppfyller

$$\frac{\partial f}{\partial x} - 2xy\,\frac{\partial f}{\partial y} = 0, \qquad f(0,y) = \sin y,$$

   för alla $(x,y) \in \mathbf{R}^2$. (T.ex. med hjälp av variabelbytet $u = x$, $v = ye^{x^2}$.)

   (Tips: Innan du lämnar in, kontrollera genom insättning att ditt svar verkligen uppfyller de givna villkoren! Kontrollen behöver ej redovisas, men eftersom den är så enkel att göra ges inga poäng ifall svaret är fel.)

3. Beräkna $\iint_D x\,dxdy$, där $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2\colon\ x^2 + 3y^2 \le 2 \text{ och } 0 < y < -x\}$.

4. (a) Visa att ekvationen $x^3 - 3yz + e^{xz^2} = -5$ implicit definierar en C^1-funktion $z = f(x,y)$ i en omgivning av punkten $(x,y,z) = (0,1,2)$.

   (b) Ange funktionsvärdet $f(0,1)$ samt derivatorna $f'_x(0,1)$ och $f'_y(0,1)$.

   (c) Baserat på informationen från deluppgift (b), vilket värde skulle man uppskatta att z ungefär bör ha för att ge en lösning till ekvationen när $x = 0{,}003$ och $y = 0{,}999$?

5. Beräkna volymen av det område D i $\mathbf{R}^3$ som beskrivs av olikheterna $y \ge 0$, $z \ge 0$, $x - y + z \le 1$, $x^2 + y \le 1$.

6. Beräkna $f''_{xy}(0,0)$ och $f''_{yx}(0,0)$ om

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^2+y^2}, & \text{om } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{om } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$