Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2015-01-07 kl 8–13

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).
8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Betrakta den parametriserade kurvan $\begin{cases} x = t^3 - 2t \\ y = t^2 \end{cases}$ och funktionen

$$f(x,y) = 2 - \arctan(x^2 + 3y^2).$$

Hur snabbt ökar eller minskar f per längdenhet i kurvtangentens riktning i punkten $(1,1)$? I vilken riktning i denna punkt är förändringstakten maximal och hur stor är den då?

2. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x,y,z) = \frac{z}{y} - \frac{x}{z} - \frac{1}{x} + \ln y.$$

3. Beräkna volymen av den kropp i $\mathbf{R}^3$ som begränsas av ytorna $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ och $z = x^2 + y^2$.

4. Bestäm de punkter P på kurvan $x = y^2$ sådana att kurvans normallinje i P går genom punkten $(2, -1)$.

5. Beräkna

$$\iint_D \max(0, y^2 - xy)\, dxdy,$$

där D ges av $x^2 + y^2 \leq 1$ och $x \geq 0$.

(Beteckningen $\max(s,t)$ betyder som bekant det största av talen s och t.)

6. Visa att ekvationssystemet

$$z + \sin xyz = 1, \quad x^3y^2 + xy + yz = 2$$

implicit definierar $\mathcal{C}^1$-funktioner $x = f(z)$ och $y = g(z)$ i en omgivning till punkten $(x,y,z) = (0,2,1)$. Ange också funktionsvärdena $f(1)$ och $g(1)$ samt derivatorna $f'(1)$ och $g'(1)$.