Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2015-06-03 kl 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).
8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5.
Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Beräkna $\iiint_D (x+y)\,dxdydz$, där D ges av $0 \leq x-y \leq y+z \leq 1$ och $0 \leq x-z \leq 1$.

2. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till
$$f(x,y) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 2y^2 + 4xy.$$

3. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av ytorna $z = x^2+y^2$ och $2x-4y+z=4$.

4. Bestäm ekvationen för tangentplanet till ytan $x^3 - 4z^3 + 2xyz + 9z = 0$ i de punkter där linjen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ skär ytan.

5. Bestäm alla $\mathcal{C}^1$-lösningar $u(x,y,z)$ till följande differentialekvationssystem:
$$\begin{cases} u'_x = 2\sin^2 y - z \\ u'_y = 2x\sin 2y - z\sin y \end{cases}$$
med bivillkoret $u(x,0,x) = x$ för alla $x \in \mathbf{R}$.

6. Visa att
   (a) sambandet
   $$yz^3 + e^{xz} - 3x^2y = 3$$
   implicit definierar en $\mathcal{C}^1$-funktion $x = f(y,z)$ i en omgivning till punkten $(0,2,1)$,
   (b) ekvationssystemet
   $$\begin{cases} yz^3 + e^{xz} - 3x^2y = 3 \\ \ln(x+y) + x^2yz = \ln 2 \end{cases}$$
   implicit definierar $\mathcal{C}^1$-funktioner $x = g(y)$, $z = h(y)$ i en omgivning till $(0,2,1)$,
   (c) avbildningen
   $$\begin{cases} u = x+y+z \\ v = xy+yz+zx \\ w = x^3+y^3+z^3 \end{cases}$$
   har en lokal $\mathcal{C}^1$-invers kring varje punkt $(x,y,z) \in \mathbf{R}^3$ sådan att $x \neq y$, $y \neq z$ och $z \neq x$.

För full poäng krävs att man verifierar att alla förutsättningar är uppfyllda i de satser som används.