

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2015-08-20 kl 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm de tangentplan till ytan $xy + yz + xz = 1$ som är parallella med planet $x + 2y + z = 3$.
2. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y) = x^2y - 2x^2 - y^2.$$

3. Beräkna

$$\iiint_D (x - y)z \, dx dy dz,$$

där området D ges av $x^2 + 4y^2 + z^2 \leq 4$, $z \leq 0$ och $2y \leq x$.

4. Bestäm alla \mathcal{C}^1 -funktioner $g(t)$ (för $t > 0$) sådana att funktionen

$$f(x, y) = g(x^2 + y^2)$$

uppfyller

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 6 + x^2 + y^2.$$

5. Beräkna $\iiint_D y \, dx dy dz$, där området D ges av $x^2 + y^2 \leq z \leq 2$ och $y \geq |x|$.

6. Visa att sambanden

$$u = x^3 - xy, \quad v = 2xy - y^2$$

kring punkten $(x, y) = (1, 2)$ definierar en lokal \mathcal{C}^1 -invers

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v).$$

Bestäm sedan x , y , x'_u , x'_v , y'_u och y'_v i punkten $(u, v) = (-1, 0)$.