Linköpings universitet
Matematiska institutionen

**Kurskod: TATA69**
**Provkod: TEN1**

# Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

**2016-06-02 kl 14–19**

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare).
8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5.
Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla funktioner $f(x, y, z)$ sådana att

$$\begin{cases} f'_x &= z^2e^z + y^2ze^x \sin y \\ f'_y &= y^2ze^x \cos y + e^z \sin y + 2yze^x \sin y \\ f'_z &= (z+2)xze^z + y^2e^x \sin y + \cos z - e^z \cos y \end{cases}$$

   och $f(1, 0, 0) = 0$.

2. Beräkna

$$\iint_D x^2\, dxdy$$

   där $D$ ges av olikheterna $3x^2 + y^2 \leq 2$, $y \leq x$ och $x \geq 0$.

3. Bestäm samtliga lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y) = x^2y + 3x^2 + 2xy + y^2.$$

4. Beräkna tyngdpunktens $z$-koordinat $z_T$ för den homogena (konstant massdensitet) kropp $D$ som ges av $x + y^2 + z \leq 1$, $x \geq 0$ och $z \geq 0$.
   Kom ihåg: $z_T = \dfrac{1}{V} \iiint_D z\, dxdydz$, där $V$ är volymen av $D$.

5. Bestäm alla $\mathcal{C}^2$-lösningar $z(x, y)$ till differentialekvationen

$$4y^2z''_{xx} - 4yz''_{xy} + z''_{yy} - 2z'_x = 6y, \qquad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

   under bivillkoren $z(x, 0) = x^2$ och $z'_y(x, 0) = \sin x$, genom att t.ex. göra variabelbytet $u = x + y^2$, $v = y$.

6. Visa att ekvationssystemet

$$\begin{cases} xyz + e^{2x+y+z-2} = 1 \\ xy + xz + yz = 1 \end{cases}$$

   implicit definierar $\mathcal{C}^1$-funktioner $x(y)$ och $z(y)$ i en omgivning till punkten $(0, 1, 1)$. Bestäm $x'(1)$ och $z'(1)$. Har någon av $x(y)$ eller $z(y)$ lokalt maximum eller minimum i $y = 1$ ?