Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys
2016-08-18 kl 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla $\mathcal{C}^1$-lösningar $z(x,y)$ till differentialekvationen
$$xz'_x - z'_y = xe^y, \qquad (x,y) \in \mathbf{R}^2,$$
under bivillkoret $z(x,1) = x^2$, t.ex. genom att göra variabelbytet
$$u = xe^y, \qquad v = y.$$

2. Beräkna
$$\iint_D y\,dxdy,$$
där
$$D = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : -1 \le x+y \le x-2y \le 2\big\}.$$

3. Beräkna
$$\iiint_D x\,dxdydz,$$
där
$$D = \big\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \le 1 \text{ och } x \le 0\big\}.$$

4. Låt
$$f(x,y,z) = x^3 + 3x^2 + 4y^2 + 6z^2 - 6xy - 6xz + 8yz + 4z.$$
Är $(0,0,0)$ en lokal extrempunkt för f? Är $(0,1,-1)$ det? Ange i så fall även om det är lokalt maximum eller lokalt minimum.

5. Bestäm för vilka värden på konstanten C som $x+3y+z=C$ är ett tangentplan till ytan $x^4 + 32y^3z = 48$.

6. Låt $f(x,y) = \dfrac{x^2+xy+y^3}{\sqrt{x^2+y^2}}$ för $(x,y) \neq (0,0)$.
   (a) Bestäm $f(0,0)$ så att f blir kontinuerlig i punkten $(0,0)$.
   (b) Avgör om $f'_x(0,0)$ och $f'_y(0,0)$ existerar.
   (c) För vilka vektorer $\mathbf{v}$ (med $|\mathbf{v}|=1$) existerar $f'_{\mathbf{v}}(0,0)$?