Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2016-10-22 kl 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter för
$$f(x,y,z) = x^4 + y^3 + z^2 + 2x^2 + 6yz.$$

2. (a) Ange $z'_x(x,y)$ och $z'_y(x,y)$ ifall
$$z(x,y) = g(x^2 + e^y), \qquad g \in \mathcal{C}^1(\mathbf{R}). \qquad \text{(1p)}$$
(b) Bestäm alla $\mathcal{C}^1$-funktioner $z(x,y)$ som uppfyller
$$e^y\, z'_x(x,y) - 2x\, z'_y(x,y) = e^{2y} \quad \text{och} \quad z(0,y) = y.$$
(T.ex. med hjälp av variabelbytet $u = x$, $v = x^2 + e^y$.) (2p)

3. Beräkna
$$\iint_D \frac{dxdy}{81 + (2x-y)^2},$$
där D är triangeln med hörn i $(0,0)$, $(1,2)$ och $(4,-1)$.

4. Låt
$$f(x,y) = x^3 - 3x^2y^5 + y.$$
Vilka av f:s nivåkurvor tangerar linjen $y = 1$?

5. Beräkna
$$\iiint_D x^2\, dxdydz,$$
där D är den mängd i $\mathbf{R}^3$ som ges av olikheterna
$$x^2 + y^2 + z^2 \le 4, \quad x \le 0, \quad x + \sqrt{3}\,y \le 0, \quad z \ge \sqrt{x^2+y^2}.$$

6. Visa att ekvationen
$$x^y = x + y - 3$$
definierar en $\mathcal{C}^1$-funktion $y(x)$ i en omgivning av punkten $(x,y) = (1,3)$, och beräkna Taylorutvecklingen av ordning 2 för $y(x)$ kring $x = 1$. Hur ser man att funktionen faktiskt blir av klass $\mathcal{C}^3$, så att den kan Taylorutvecklas så långt?