

**Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys**  
**2017-01-03 kl 8–13**

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter för

$$f(x, y) = 2x - 4y + (x + y)^2 - 12 \arctan x.$$

2. Beräkna

$$\iint_D y^2 dx dy,$$

där  $D$  ges av  $x + y \leq 0$ ,  $y \geq 0$  och  $x^2 + 3y^2 \leq 12$ .

3. Bestäm alla linjer  $Ax + By = C$  som tangerar kurvan  $x^2 + 5y^2 = 4x + 10y$  och går genom punkten  $(x, y) = (5, -2)$ .
4. Betrakta den avbildning  $(u, v, w) = F(x, y, z)$  som ges av

$$u = x^3 + y^3 + z^3, \quad v = x^2 + y^2 + z^2, \quad w = x + y + z,$$

för  $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ .

- (a) Visa att  $F$  inte är inverterbar.
- (b) Visa att  $F$  är lokalt inverterbar (med invers av klass  $\mathcal{C}^1$ ) i en omgivning av punkten  $(x, y, z) = (-1, 0, 1)$ .
- (c) Om  $(x, y, z) = G(u, v, w)$  är den lokala inversen i (b)-uppgiften, vad är den lokala volymsskalan för avbildningen  $G$  i punkten  $(u, v, w) = (0, 2, 0)$ ?
5. Beräkna volymen av den kropp  $D$  i  $\mathbf{R}^3$  som ges av  $x \geq 0$ ,  $0 \leq y \leq 3$ ,  $z \geq 0$  och  $x^2 + y + z \leq 4$ .
6. Låt  $K_R$  vara klotet  $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ . Bestäm alla värden som integralen

$$\iiint_{K_R} (x^4 + y^4 + z^4 - 1) dx dy dz$$

kan anta för  $R > 0$ .