Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2017-05-29 kl 14–19

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Ange alla sadelpunkter och alla lokala maximi- och minimipunkter för

$$f(x,y) = 2x + \tfrac{7}{2}x^2 + 8xy + 4y^2 - \tfrac{1}{3}x^3.$$

2. Beräkna

$$\iint_D (y-x)\,dxdy,$$

där D ges av olikheterna $x \geq 1$, $y \leq 0$ och $(x-1)^2 + 4y^2 \leq 4$.

3. Visa att ekvationen $x^5 e^{y-2} + xy^2 = 5$ lokalt kring punkten $(x,y) = (1,2)$ definierar x som en $\mathcal{C}^1$-funktion av y, alltså $x = g(y)$, och beräkna $g'(2)$. Ange även tangentlinjen (på normalform $Ax + By = C$) till grafen $x = g(y)$ i punkten $(x,y) = (1,2)$.

4. Bestäm alla punkter på ytan $x^2 + xy - 2yz + 2z^2 = 6$ sådana att $\mathbf{u} = (0,1,1)$ och $\mathbf{v} = (2,0,1)$ är tangentvektorer till ytan där. Ange även ytans tangentplan (på normalform $Ax + By + Cz = D$) i dessa punkter.

5. Beräkna volymen av den kropp D i $\mathbf{R}^3$ som ges av olikheterna $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq x^2$ och $x + y + z \leq 2$.

6. Visa (genom insättning) att varje funktion av formen

$$z(x,y) = f(xy^2) + y\,g(x), \qquad f, g \in \mathcal{C}^2(\mathbf{R})$$

är en lösning till den partiella differentialekvationen

$$y^2\, z''_{yy} - 2xy\, z''_{xy} + 2x\, z'_x = 0.$$

Bestäm också alla lösningar av ovanstående form (för $x > 0$, $y > 0$) som uppfyller bivillkoren

$$z(x,1) = 0, \qquad z'_y(x,1) = 3x^2.$$