Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2019-01-09 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla funktioner $f(x, y, z)$ som uppfyller

$$\begin{aligned} f'_x(x,y,z) &= 2xze^z - y, \\ f'_z(x,y,z) &= x^2e^z + zx^2e^z + ze^y, \\ f(1,y,0) &= y. \end{aligned}$$

2. Beräkna

$$\iiint_D \frac{yz}{x^2+y^2+z^2}\,dxdydz,$$

   där D ges av $1 \le x^2+y^2+z^2 \le 9$, $0 \le x \le y$ och $z \ge 0$.

3. Bestäm alla tangentplan till ytan $x^2+y^2-z^2=1$ som är parallella med planet $3x-2y+2z=0$.

4. Beräkna

$$\iint_D x\,dxdy, \quad D = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \le 2 \text{ och } y \le x \le 1\big\}.$$

5. (a) Definiera vad som menas med att funktionen $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ har lokalt minimum i punkten $(0,0)$. (1p)

   (b) För vilka värden på konstanten $k \in \mathbf{R}$ har $f(x,y) = x^2+kxy+9y^2+y^3$ lokalt minimum i $(0,0)$? (2p)

6. Ekvationen $x^7+x=2$ har exakt en reell lösning, $x=1$. Visa att om man ändrar ekvationen till $x^7+(1+\varepsilon)\,x=2$ så blir lösningen $x(\varepsilon)$ en $\mathcal{C}^1$-funktion av ε, för ε nära noll. Ange $x(0)$ och $x'(0)$, och bestäm med hjälp av detta en approximation till lösningen av ekvationen $x^7+\frac{101}{100}\,x=2$.