

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2019-06-03 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla funktioner $z(x, y)$ som uppfyller ekvationssystemet

$$\begin{aligned}z'_x &= y^2 e^x + 1, \\z'_y &= 2y e^x - 2,\end{aligned}$$

samt bivillkoret $z(0, y) = y^2 - 2y + 4$.

2. Bestäm tangent- och normallinjen till kurvan $y^2 - \ln x = 9$ i punkten $(x, y) = (1, 3)$.

3. Beräkna $\iint_D (3y - 2x)(2x - y) dx dy$, där D är triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(2, 4)$ och $(3, 2)$.

4. Avgör om funktionen f har en lokal extrempunkt i origo om

(a) $f(x, y, z) = 1 - x^2 - y^2 + z^3$, (1p)

(b) $f(x, y) = 1 + x^2 + 2y^2 + \sin(xy)$. (2p)

5. Beräkna

$$\iiint_D y e^{-(x^2+y^2+z^2)^2} dx dy dz$$

där området D ges av olikheterna $x > 0$, $y < 0$ och $z < 0$.

6. Bestäm funktionalmatrisen till

$$(x, y, z) = \bar{f}(u, v) = (u^2 + v^2, u^2 - v^2, \sin(u + v))$$

i punkten $(u, v) = (\pi, 0)$. Bestäm även ekvationer för tangentplanet till parameterytan $(x, y, z) = \bar{f}(u, v)$ i punkten $\bar{f}(\pi, 0)$ på parameter- och normalform.