Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2019-10-23 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Undersök om följande funktioner har lokalt maximum eller minimum (eller ingetdera) i origo:

   (a) $f(x,y) = x^2 + 3y^2 + 4xy$

   (b) $f(x,y) = x^2 + 5y^2 + 4xy + x$

   (c) $f(x,y) = x^2 + 4y^2 + 4xy + x^3$

2. Beräkna
$$\iint_D (y-1)\,dxdy, \quad \text{där} \quad D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \leq 4,\ y \leq 0,\ y \leq x\}.$$

3. Visa att ekvationen $x^2y + x + y^5 = -3$ definierar en $\mathcal{C}^1$-funktion $y = f(x)$ i en omgivning till punkten $(x,y) = (2,-1)$. Ange $f(2)$ och $f'(2)$.

4. Låt L vara den linje som går genom punkten $(1,-1,2)$ med riktningsvektorn $(0,1,1)$. Bestäm tangentplanet $Ax + By + Cz = D$ till ytan $z = x^3 + 2xy$ i den punkt där ytan skärs av linjen L.

5. Bestäm alla $\mathcal{C}^1$-funktioner $z(x,y)$ som uppfyller
$$z'_x(x,y) - 4x\,z'_y(x,y) = 3z(x,y), \qquad z(1,y) = y^2.$$
(Använd förslagsvis variabelbytet $u = x$, $v = 2x^2 + y$.)

6. Beräkna
$$\iiint_D x\,dxdydz, \quad \text{där} \quad D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : x \leq y \leq 2 - x^2,\ 0 \leq z \leq -y\}.$$