Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: TATA69
Modul: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2020-01-09 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Lösningsskisser publiceras efter tentamen på kurshemsidan, där även tid och plats för visning meddelas senare.

1. Låt $f(x,y) = x^2 - xy^5$. Bestäm en enhetsvektor $\mathbf{v}$ som gör att riktningsderivatan $f'_{\mathbf{v}}(2,1)$ blir så stor som möjligt. Ange även värdet på $f'_{\mathbf{v}}(2,1)$ för denna vektor $\mathbf{v}$.

2. Beräkna $\iint_D x^2\,dxdy$, där D är triangeln med hörn i punkterna $(x,y) = (0,0)$, $(-2,-1)$ och $(-4,3)$.

3. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter för
$$f(x,y) = x^2 + 6xy + 3y^2 + \frac{x^5}{10}.$$

4. Beräkna $\iiint_D x\,dxdydz$, där D är det begränsade område i $\mathbf{R}^3$ som ligger mellan ytorna $2x + z = 3$ och $z = x^2 + y^2$.

5. (a) Ange hur de partiella derivatorna $f'_x(a,b)$ och $f'_y(a,b)$ definieras (som gränsvärden). (1p)

   (b) Beräkna $f'_x(0,0)$ och $f'_y(0,0)$ (om de existerar) för funktionen
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 4x^3 + 7x^4}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0), \\ 1, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
(2p)

6. Låt $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ vara en kontinuerlig funktion, och låt $g\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ vara den funktion som uppfyller $g''(x) = f(x)$ och $g(0) = g'(0) = 0$.

   (a) Förklara varför g ges av formeln
$$g(x) = \int_{t=0}^{x} \left(\int_{s=0}^{t} f(s)\,ds \right) dt.$$
(1p)

   (b) Förenkla uttrycket i (a) till en formel för $g(x)$ (i termer av f) som bara innehåller **en** bestämd enkelintegral, inte två. (2p)