Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: TATA69
Modul: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2020-08-20 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. (a) Beräkna $yz'_x - z'_y$ där $z(x,y) = \sin(2x+y^2) + xy$. (1p)

   (b) Antag att g är en deriverbar funktion av en reell variabel och låt $z(x,y) = g(2x+y^2)$. Beräkna $z(3,1)$ och $yz'_x - z'_y$ (uttryckta i g). (2p)

2. Beräkna $\iint_D xy\,dxdy$, där D är parallellogrammen med hörn i punkterna $(x,y) = (0,0)$, $(-2,1)$, $(2,3)$ och $(4,2)$.

3. Bestäm Taylorutvecklingen av ordning 2 i $(0,0)$, d.v.s. med restterm $\mathcal{O}(|(x,y)|^3)$, till $f(x,y) = 3 - \ln(1+x^2) - 4xy - 6y^2 - x^3$, samt avgör med hjälp av detta om f har ett lokalt maximum eller minimum (eller ingetdera) i origo.

4. Visa att $x^2 + x\cos y - \mathrm{e}^y = 1 - \mathrm{e}^{\pi/2}$ definierar en $\mathcal{C}^1$-funktion $y = f(x)$ i en omgivning till punkten $(x,y) = (1, \pi/2)$. Ange $f(1)$ och $f'(1)$.

5. Beräkna, eller visa divergens:

   (a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^4}{x^2+y^2}$. (1p)

   (b) $\displaystyle\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} \frac{y^2}{y^2+(y-x^2)^4}$. (2p)

6. Låt området D i $\mathbb{R}^3$ ges av olikheterna $x^2+y^2+z^2 \leqslant 9$, $x/\sqrt{3} \leqslant y \leqslant \sqrt{3}\cdot x$. Beräkna

$$\iiint_D (2x + \sin(z^{17}))\,dxdydz.$$