Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: TATA69
Modul: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2020-11-01 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala extrempunkter (maxima och minima) för funktionen
$$f(x,y) = x^3 - 6x^2 + 24x - 12y^2 - 48y + 12xy.$$

2. Beräkna (eller visa divergens):
$$\iint_D \frac{x}{(x^2+y^2)^3}\,dxdy,$$
där $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \geq 3,\ x \leq 0\}$.

3. (a) Låt M vara den nivåkurva till $f(x,y) = x^2y - 9x - y^3$ som går genom punkten $(x,y) = (3,2)$. Ange en ekvation för kurvan M, samt beräkna kurvans tangentlinje i punkten $(3,2)$.
   (b) Bestäm alla punkter på kurvan $x^2 + 4xy + 5y^2 = 1$ där kurvans normallinje är parallell med y-axeln.

4. Bestäm alla $\mathcal{C}^1$-funktioner $z(x,y)$ sådana att $z'_x - 2x\,z'_y = 3y$ och $z(1,y) = 0$. (Använd förslagsvis variabelbytet $u = x$, $v = x^2 + y$.)

5. Betrakta den avbildning från $(x,y) \in \mathbf{R}^2$ till $(u,v) \in \mathbf{R}^2$ som ges av sambanden
$$u = x^3 + 8y,$$
$$v = x^2y + 5.$$
   (a) Visa att avbildningen är lokalt inverterbar i en omgivning till punkten $(x,y) = (2,-1)$, och beräkna den lokala inversens funktionalmatris $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ i den motsvarande punkten $(u,v) = (0,1)$.
   (b) Visa att avbildningen inte är (globalt) inverterbar.

6. Beräkna volymen av den begränsade mängd D i $\mathbf{R}^3$ som avgränsas av planet $2x + z = 0$, planet $y = 0$ och ytan $x^2 + y + z = 0$.