Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: TATA69
Modul: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2021-05-30 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5.

Svar finns tidigast 2021-05-31 på kursens hemsida.

1. Beräkna $\iint_D (x+y)\,dxdy$, där D är parallellogrammen med hörn i punkterna $(x, y) = (0, 0)$, $(-1, -2)$, $(4, -2)$ och $(3, -4)$.

2. Avgör om följande funktioner f har ett lokalt maximum eller minimum (eller ingetdera) i origo:

   (a) $f(x, y) = x + x^2 + y^2 + 2xy$, (1p)

   (b) $f(x, y) = -x^2 - 4y^2 + 2\sin(xy) + e^{x^4}$. (2p)

3. Bestäm, för $x > 0$, $y > 0$, alla lösningar z av klass $\mathcal{C}^1$ till $xz'_x - 2yz'_y = x^2y$.

   (Förslag: gör variabelbytet $u = x$, $v = x^2y$).

4. Visa att $2ye^{x^2-4} - \ln(7 - xy) = 6$ definierar en $\mathcal{C}^1$-funktion $y = f(x)$ i en omgivning till punkten $(x, y) = (2, 3)$. Ange $f(2)$ och $f'(2)$.

5. Låt

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2x^4 + y^3}{x^2 + 2y^2} & \text{då } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{då } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   (a) Beräkna partialderivatorna $f'_x(0, 0)$ och $f'_y(0, 0)$ (om de existerar). (1p)

   (b) Avgör om $f(x, y)$ är differentierbar i $(0, 0)$. (2p)

6. Låt området D i $\mathbb{R}^3$ ges av olikheterna $x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leqslant 16$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$. Beräkna (eller visa divergens)

$$\iiint_D \frac{1}{(x^2 + 4y^2 + 9z^2)^{5/4}}\,dxdydz.$$