Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2021-08-19 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Låt $f(x,y) = 2x^2 + \ln(1+x+y^3)$. Bestäm f:s riktningsderivata i riktningen $(3,-1)$ i punkten $(x,y) = (1,-1)$. Bestäm även tangentplanet till $z = f(x,y)$ i punkten $(x,y,z) = (1,-1,2)$.

2. Bestäm, för $x > 0$ och $y > 0$, alla lösningar $z(x,y)$ av klass $\mathcal{C}^1$ till
$$2yz'_x - xz'_y = 8y^3, \qquad z(x,x) = x^3.$$
(Förslag: gör variabelbytet $u = x$, $v = x^2 + 2y^2$.)

3. (a) Avgör om $f(x,y) = \cos(x+2y) - 2xy$ har en lokal extrempunkt i origo, samt ange i så fall vilken typ. (2p)

   (b) Undersök gränsvärdet $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3+y^3+xy^2}{x^2+y^2+2xy+x^4+y^4}$. (1p)

4. Beräkna $\displaystyle\iint_D x\,dxdy$, där $D = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leqslant 4,\ y \geqslant x+1\right\}$.

5. Visa att ekvationssystemet
$$xy + yz + y^3(x-1)^{-2} = 2, \qquad xz + y^2(x-1)^3 = -1$$
definierar $\mathcal{C}^1$-funktioner $x = f(z)$ och $y = g(z)$ i en omgivning till punkten $(x,y,z) = (2,1,-1)$. Ange $f(-1)$, $g(-1)$, $f'(-1)$ och $g'(-1)$.

6. Låt $D = \left\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : \sqrt{x^2+y^2} \leqslant z \leqslant \sqrt{1-x^2-y^2}\right\}$. Beräkna integralen
$$\iiint_D \frac{x+2y}{z^4}\,dxdydz$$
(eller visa att den är divergent).