Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: TATA69
Modul: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2022-06-02 kl. 14.00–19.00

Skriv- och ritverktyg (som linjal, passare, gradskiva utan formler) får naturligtvis användas. Andra hjälpmedel är inte tillåtna. 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Lösningsskisser publiceras på kursens webbsida efter tentan.

1. Beräkna $\iint_D (2+3y)\,dxdy$ där $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leqslant 4, y \geqslant x, y \geqslant -x\}$.

2. Avgör om följande funktioner har ett lokalt extremvärde i origo (och ange i så fall vilken typ):

   (a) $f(x,y) = 2 + x + 4x^2 + 4y^2$.

   (b) $f(x,y) = -3 + 4x^2 + 8xy + 2y^2 + y^3$.

   (c) $f(x,y) = 4 + x^3 + y^4$.

3. Bestäm, för $y > 0$, den lösning z av klass $\mathcal{C}^1$ till $2yz'_x + xz'_y = 2x^2y - 4y^3$ som uppfyller $z(x,1) = -2x+x^3+x^4$. (**Tips:** använd variabelbytet $u = x^2 - 2y^2$, $v = x$.)

4. Visa att $x\cos x + y^2 + \sin(xy) = 2$ definierar en $\mathcal{C}^1$-funktion $y = f(x)$ i en omgivning till punkten $(x,y) = (\pi/2, 1)$. Ange $f(\pi/2)$ och $f'(\pi/2)$.

5. Undersök gränsvärdena

   (a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+2x^2y^2+y^2}{3x^2+3y^2}$.

   (b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y+y^6}{x^4+y^4}$.

   (c) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{xyz}{x^2+y^2-2xz^2+z^4}$.

6. Låt $D \subset \mathbb{R}^3$ ges av olikheterna $x \geqslant 1, y \leqslant x \leqslant 2y, z \geqslant 2$. Avgör om

$$\iiint_D \frac{\sin(1/x)}{y^3z^2}\,dxdydz$$

   är konvergent och beräkna i så fall dess värde.