Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: TATA69
Modul: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2022-08-18 kl. 14.00–19.00

Skriv- och ritverktyg (som linjal, passare, gradskiva utan formler) får naturligtvis användas. Andra hjälpmedel är inte tillåtna. 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Lösningsskisser publiceras på kursens webbsida efter tentan.

1. Låt $f(x,y,z) = xy + e^{xz}$. Beräkna f:s riktningsderivata i riktning $(4,0,3)$ i punkten $(x,y,z) = (1,2,0)$. Bestäm även tangentplanet till nivåytan $f(x,y,z) = 3$ i punkten $(1,2,0)$.

2. (a) Lös $z''_{xy} = x + 2y$, $z \in \mathcal{C}^2$. (1p)

   (b) Lös (eller visa att lösning saknas) följande system av partiella differentialekvationer med bivillkor: (2p)

$$\begin{cases} z'_x = 3x^2y + y^3, \\ z'_y = x^3 + xy, \\ z(0,0) = 3. \end{cases}$$

3. Beräkna $\iint_D (x+y)(x-2y)\,dxdy$ där D är parallellogrammen med hörn i punkterna $(x,y) = (0,0), (2,1), (1,-1)$ och $(3,0)$.

4. Bestäm alla stationära punkter till

$$f(x,y) = 7y + 4x^2 + y^2 + 2xy - \frac{y^3}{48}$$

   och undersök deras karaktär (lokalt maximum, lokalt minimum, eller ingetdera).

5. Låt $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 9, y \geqslant 0\}$. Beräkna (eller visa divergens):

   (a) $\displaystyle\iiint_D \frac{1}{z^3}\,dxdydz.$ (1p)

   (b) $\displaystyle\iiint_D \frac{2y}{\sqrt{x^2+z^2}}\,dxdydz.$ (2p)

6. Låt $f(x,y) = \dfrac{x^2 - 2y^4}{(x^2+y^2)(e^{x^2-2y^4} - 1)}$. Bestäm f:s definitionsmängd D_f och värdemängd V_f. Bestäm även den största mängden $D \subset \mathbb{R}^2$ som innehåller D_f sådan att det finns en kontinuerlig funktion g definierad på D som är lika med f på D_f.